



MATERIAIS DIDÁTICOS E METODOLOGIAS PARA O ENSINO DO TEOREMA DE PITÁGORAS

Salete Eisen¹, André Luiz Tiziam², Mariele Josiane Fuchs³, Neusa Maria John Scheid⁴

¹Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – *Campus* Santa Rosa. Discente do 7º semestre do Curso de Licenciatura em Matemática. E-mail: salete.eisen@hotmail.com

²Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões – URI. Discente do curso de Mestrado em Ensino Científico e Tecnológico- URI. E-mail: andretiziam@hotmail.com

³Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – *Campus* Santa Rosa. Docente do curso de Licenciatura em Matemática. E-mail: mariele.fuchs@iffarroupilha.edu.br

⁴Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões – URI. Docente do Mestrado em Ensino Científico e Tecnológico- URI. E-mail: neusas@san.uri.br

RESUMO: Este artigo foi desenvolvido durante o Estágio Curricular Supervisionado II, onde se buscou utilizar as metodologias de ensino da História da Matemática e da Investigação Matemática, para o ensino dos conceitos sobre o Triângulo Retângulo e o Teorema de Pitágoras. O trabalho foi aplicado em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental, em uma escola da rede municipal de ensino, do município de Santo Cristo/RS, no 2º semestre de 2016. Evidenciou-se, no decorrer da atividade, que a exploração da metodologia da História da Matemática e da Investigação Matemática, com o auxílio de um recurso didático, apresentou forte potencial para o processo educativo, envolvendo as particularidades de um triângulo retângulo e o Teorema de Pitágoras, visto que os alunos compreenderam de modo não abstrato, que a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa.

Palavras-chave: História da Matemática, Investigação Matemática e Material Manipulável.

1. INTRODUÇÃO

Encontramos na Matemática, uma complexa e rica disciplina que possibilita aos alunos o ensino de conteúdos que são exemplificados e identificados em seu meio. Fazendo a abstração da realidade através de exemplos e abstraindo a realidade através da modelagem, a Educação Matemática encontra-se como grande ferramenta de leitura de mundo e capaz de auxiliar sociedades a se desenvolverem em diferentes campos. Arquitetura, engenharia, indústria, comércio, medicina, astronomia, navegação..., infinitas são as aplicações da matemática no dia a dia e na história da humanidade.

A matemática torna-se, então, indispensável e inseparável da vida de qualquer cidadão e também da educação escolar. Diante desse pressuposto, desenvolver aulas que instiguem os alunos a percebê-la como um conhecimento historicamente construído pela humanidade torna-se fundamental. De igual modo, torna-se imprescindível o desenvolvimento de atividades em que os alunos se tornem construtores de seus próprios conhecimentos.

Nessa perspectiva e buscando realizar o processo de Ensino e Aprendizagem do Teorema de Pitágoras, foi desenvolvida uma aula utilizando-se da História da Matemática e da Investigação Matemática como Metodologias de Ensino. A História da Matemática explorou o triângulo retângulo, o qual foi relacionado às medições e

construções de casas construídas na antiguidade e na atualidade. A Investigação Matemática trabalhou o Teorema de Pitágoras, através de questionamentos exploratórios, para com a visualização da movimentação de arroz, contido em um objeto manipulável, o qual é a representação de um triângulo retângulo que possui seus catetos e hipotenusa estendidos ao quadrado.

A referida aula foi desenvolvida no sexto semestre do curso de Licenciatura em Matemática, do Instituto Federal Farroupilha, Campus Santa Rosa, para o Estágio Curricular Supervisionado II. O trabalho foi aplicado em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental, em uma escola da rede municipal de ensino, do município de Santo Cristo/RS, no 2º semestre de 2016.

Durante o planejamento realizado para a o desenvolvimento dessa aula, foram verificados inúmeros materiais didáticos e manipulativos que exploram o Teorema de Pitágoras, os quais podem ser facilmente explorados em diversas Metodologias de Ensino, o que possibilita a exploração e ensino do Teorema de Pitágoras de forma não abstrata, mas repleta de sentidos para os educandos.

Dessa forma, o presente artigo organiza alguns dos diferentes recursos e métodos para se explorar o Teorema de Pitágoras, assim como o relato, análise crítica e potencialidades da aula desenvolvida e aplicada durante o estágio.

Por conseguinte, para a estruturação desse trabalho, inicialmente são analisados documentos oficiais que abordam o tema e as reflexões de autores relevantes. Na sequência são organizados alguns métodos e recursos para a exploração do Teorema de Pitágoras, bem como o relato da atividade prática vivenciada. Por fim, organizam-se as considerações finais para com o estudo realizado e as potencialidades do mesmo para a formação de futuros docentes.

2.METODOLOGIA

É incontestável que na atualidade contemporânea, em meio a inúmeros recursos tecnológicos e redes sociais, despertar nos alunos o interesse pelo ensino da matemática torna-se fundamental. Diante deste pressuposto, a utilização de atividades que possibilitem a interação dos alunos no processo de ensino aprendizagem se faz necessária. Para efetivação desta, a utilização de metodologias e recursos didáticos, por professores, nas salas de aula apresenta-se como uma estratégia de ensino.

Com essa intencionalidade e buscando estudar o Teorema de Pitágoras com uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental, realizou-se diversas pesquisas entre documentos oficiais, autores relevantes e recursos, de como abordar tão importante conceito, que será amplamente utilizado pelos educandos ao longo da construção de seus conhecimentos matemáticos.

Ao iniciar a pesquisa, buscou-se compreender a História do Teorema de Pitágoras. Comumente a esse, verificou-se a importância e relevância de utilizar a História da Matemática, como metodologia de ensino, considerando que,

O conteúdo histórico surge como um elemento motivador e gerador da matemática escolar, pois se apresenta como um fator bastante esclarecedor dos porquês matemáticos tão questionados pelos estudantes de todos os níveis de ensino. É nas informações históricas que estão plantadas as raízes cotidiana, escolar e científica do conhecimento matemático a ser (re) construído pelos estudantes e por isso precisam ser bem explorados pelo professor (MENDES, 2009, p.121).

Dessa forma, considerando que grande parte do conhecimento humano nasceu de necessidades da espécie, a História da Matemática como metodologia de ensino é capaz de demonstrar aos alunos a matemática como a evolução social, econômica e física dos humanos desde os primórdios da antiguidade. Segundo D'Ambrosio (1999, p. 97):

As ideias matemáticas comparecem em toda a evolução da humanidade, definindo estratégias de ação para lidar com o ambiente, criando e desenhando instrumentos para esse fim, e buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para a própria existência. Em todos os momentos da história e em todas as civilizações, as ideias matemáticas estão presentes em todas as formas de fazer e de saber.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) também indicam a História da Matemática com facilitadora da aprendizagem nos conteúdos de Geometria para com os significados das medidas, precisando o professor,

[...] levar em conta que o trabalho com esse tema dá oportunidade para abordar aspectos históricos da construção do conhecimento matemático, uma vez que os mais diferentes povos elaboraram formas particulares de comparar grandezas como comprimento, área, capacidade, massa e tempo. Assim também, o estudo das estratégias de medida usadas por diferentes civilizações pode auxiliar o aluno na compreensão do significado de medida. Além disso, [...] poderão constatar, por exemplo, que para os egípcios e babilônios a Aritmética constituía algumas regras de cálculo que permitiam resolver problemas práticos, como as medições das diferentes grandezas geométricas e astronômicas (agricultura, construções, observações do espaço), enquanto os gregos teorizaram a Geometria separadamente da Aritmética e consideravam que as medidas podiam estabelecer articulações entre esses dois campos (BRASIL, 1998, p. 129).

De igual modo a História Matemática, pesquisou-se sobre a Investigação Matemática, para a exploração de um recurso didático. A Investigação Matemática possibilita que os alunos resolvam determinada situação problema ou atividade, na qual a questão não está bem definida, cabendo aos alunos utilizarem de seus conhecimentos para estabelecer questões sobre sua resolução e formularem conjecturas que devem ser testadas, justificadas e avaliadas. Segundo autores da área da educação matemática,

Investigar em Matemática assume características muito próprias, conduzindo rapidamente à formulação de conjecturas que se procuram testar e provar, se for o caso. As investigações matemáticas envolvem, naturalmente, conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é este estilo de conjectura teste-demonstração (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2006, p. 10).

Desse modo, utilizar a Investigação Matemática para explorar um determinado problema, mobiliza os alunos à observação e interação durante as aulas. Nessa intencionalidade, foram analisados e estudados também alguns métodos e recurso capazes de explorar o Teorema de Pitágoras. Todavia, devemos considerar tais como exploradores dos conceitos envolvidos no Teorema de Pitágoras e não como “provas” ou “testes” de sua veracidade, considerando que,

[...] a Matemática não é uma ciência empírica. Nenhuma verificação experimental ou medição feita em objetos físicos poderá, por exemplo,

validar matematicamente o teorema de Pitágoras [...] Deve-se enfatizar, contudo, o papel heurístico que têm desempenhado os contextos materiais como fontes de conjecturas matemáticas. (BRASIL, 1998, p. 26).

Por conseguinte, devemos utilizar de figuras e recursos didáticos que permitam aos alunos “ver” a relação entre o quadrado da hipotenusa e a soma dos quadrados dos catetos, para que os educandos descubram através destes os conhecimentos e conceitos matemáticos, referentes ao Teorema de Pitágoras.

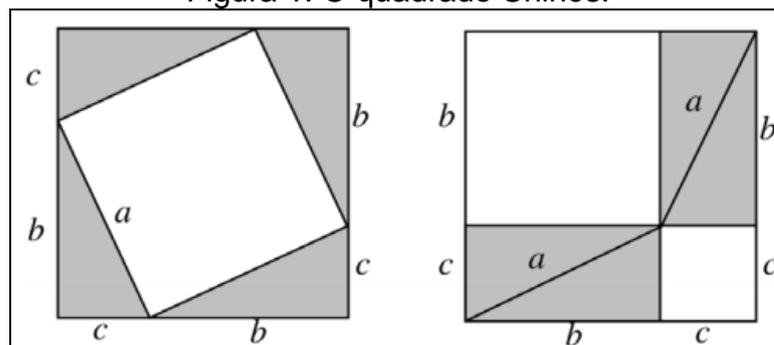
3.MÉTODOS E MATERIAIS PESQUISADOS

Durante as pesquisas para com os recursos e métodos exploratórios do Teorema de Pitágoras, identificou-se uma considerável quantidade dos mesmos. Esses, apresentados de variadas formas, buscam propiciar aos alunos o descobrimento e a percepção do Teorema de modo significativo. Além dessa função, os recursos pesquisados também buscam aproximar educandos e educadores, considerando que,

Só pela sua presença, os materiais didáticos já cumprem a função de estabelecer contato na comunicação entre professor e aluno, alterando a monotonia das aulas exclusivamente verbais. Esses materiais ainda podem substituir, em grande parte, a simples memorização, contribuindo para o desenvolvimento de operações de análise e síntese, generalização e abstração, a partir de elementos concretos (FREITAS, 2009, p.24).

Desse modo, verificou-se que o Teorema de Pitágoras, em sua maioria, é explorado por comparação de áreas, as quais permitem aos alunos tanto ver e identificar o Teorema, como deduzi-lo algebricamente. Entre essas demonstrações, uma das mais utilizadas, emprega o “quadrado chinês”, o qual pode ser visualizado a seguir.

Figura 1: O quadrado Chinês.



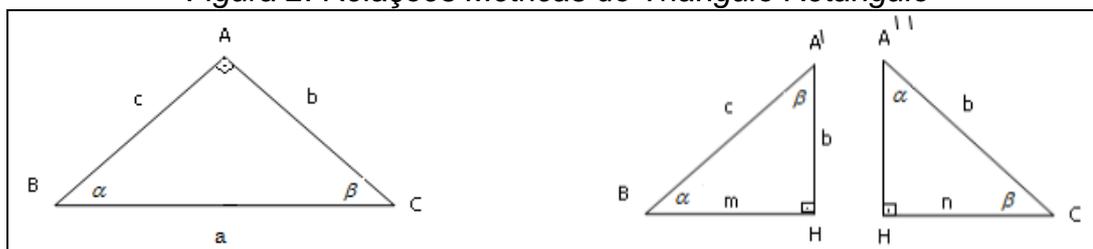
Fonte: Eisen (2016).

O referido, é constituído de quatro triângulos retângulos de catetos “b” e “c” e hipotenusa “a”, organizados de dois modos. Em sua primeira disposição, podemos verificar que o quadrado formado apresenta área igual a $(c+b).(c+b)=(c+b)^2$, a qual também pode ser organizada por $4.\frac{cb}{2} + a^2$. Igualando as duas áreas, temos $c^2+2bc+b^2=2bc+a^2$. Diminuindo os termos semelhantes em ambos os lados da igualdade, temos $c^2+b^2=a^2$, verificando assim a fórmula do teorema de Pitágoras. Tal comparação de área, também pode ser verificada no reposicionamento dos mesmos quatro triângulos retângulos, no segundo quadrado.

Ao utilizar o quadrado Chinês para a exploração do Teorema de Pitágoras, este pode ser confeccionado pelos alunos com pedaços de papéis coloridos, ou papel EVA, destinando uma cor para os triângulos e uma cor para cada quadrado formado. A comparação da disposição das figuras pode propiciar aos educandos uma visualização que os instiga a deduzir a área de tais quadrados, que em uma primeira visualização aparentam-se distintos, mas sob análise e comparação verifica-se a fórmula do Teorema de Pitágoras.

Outra relação utilizada para a demonstração do Teorema de Pitágoras é a demonstração por semelhança de triângulos, a qual segue as relações métricas de semelhança, que deduzidas também comprovam que em qualquer triângulo retângulo a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa.

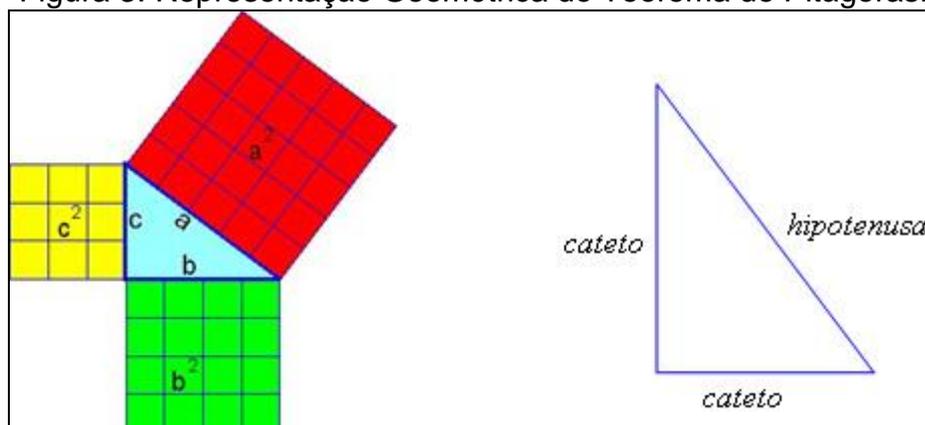
Figura 2: Relações Métricas do Triângulo Retângulo



Fonte: Eisen (2016).

Considera-se que tanto a dedução da Fórmula do Teorema de Pitágoras por comparação de áreas quanto a semelhança de triângulos são válidas e aplicáveis, entretanto, se utilizadas em um primeiro momento do processo de ensino e aprendizado do Teorema, apresentar-se-ão como simples deduções do Teorema. Tal afirmação é fundamentada no fato de muitas vezes os alunos acharem “difícil” desenvolver um esforço algébrico inicial para verificar um Teorema ainda não compreendido. O modelo a seguir utilizado para a exploração do conceito do Teorema de Pitágoras é considerado como um modelo simples, mas que apresenta de modo explícito o significado geométrico do Teorema.

Figura 3: Representação Geométrica do Teorema de Pitágoras.



Fonte: Eisen (2016).

Tal modelo, além de ser explorado por representações quadrangulares, também considera outras representações, planas ou com volumes, para a comprovação do teorema, considerando que “duas figuras são semelhantes quando todos os ângulos correspondentes têm medidas iguais e quando todas as distâncias correspondentes são proporcionais” (Giovanni e Castrucci, 2009, p. 220). No relato a seguir, da prática desenvolvida, poderá ser verificado a utilização de um instrumento construído que trabalha neste entendimento.

4.A PRÁTICA DESENVOLVIDA

Ao iniciar o estudo sobre o Teorema de Pitágoras, a História da Matemática atuou como conceituadora dos “porquês” de seu surgimento. Para tanto, iniciou-se a referida aula apresentando aos alunos o desenho de uma casa “torta”. Em análise a referida casa, os alunos apontaram todas as irregularidades visíveis na mesma, que eram o alicerce torto, as paredes tortas e o telhado torto, enfim, toda a casa fora do nível ou fora do esquadro.

Na sequência os alunos desenharam uma casa a qual julgavam estar corretamente construída. A partir da casa desenhada pelos alunos, esses foram questionados sobre qual era o ângulo que mais foi utilizado por eles ou que mais era percebido em suas representações. Obtendo o ângulo de noventa graus como resposta, foi questionado aos educandos quais eram os instrumentos utilizados na construção civil, para que parede e vigas ficassem retas. Os alunos indagaram que os instrumentos utilizados são entre outros, o esquadro e o prumo e, com essa premissa, a História da Matemática surgiu como facilitadora do aprendizado ao responder à questão realizada aos alunos de “*como eram realizadas as construções antigamente, antes da criação de tais instrumentos de medidas?*”

Diante disso foi demonstrada aos alunos, por meio de uma imagem ilustrativa, a Corda de 13 nós, utilizada pelos antigos egípcios para determinar um ângulo reto. Este instrumento era utilizado pelos egípcios na resolução de certos tipos de problemas práticos, como a demarcação das propriedades do antigo Egito que as cheias do rio Nilo modificavam e faziam desaparecer a cada ano.

Surge então *Pitágoras de Samos*, um filósofo matemático que, depois de uma viagem ao Egito, retornou para a Grécia onde realizou um estudo sobre a utilização da Corda de 13 nós. O mesmo descobriu uma relação muito interessante envolvendo o tamanho dos lados de triângulos retângulos e a área de quadrados, deduzindo e registrando a fórmula do atual Teorema de Pitágoras.

Com essa introdução, que foi realizada de forma mais minuciosa, os alunos da turma encontravam-se atentos a cada imagem ilustrativa da história apresentada, e também, concentrados para cada fato e aspecto relatado. Na sequência, iniciou-se a utilização do instrumento construído para explorar os conceitos do Teorema.

O instrumento utilizado constitui-se de uma representação de um triângulo retângulo confeccionado em madeira, tendo sobre seus catetos e hipotenusa a representação de quadrados, também em madeira. Preenchendo os quadrados representados a partir dos catetos com arroz e, com a presença de uma abertura para que o arroz contido nesses quadrados pudesse deslizar até o quadrado representado sobre a hipotenusa e vice-versa. O instrumento utilizado pode ser visualizado na Figura 4, na qual um aluno da turma manuseia e observa a movimentação do arroz.

Figura 04: Recurso utilizado para uma atividade Investigativa sobre o Teorema de Pitágoras.

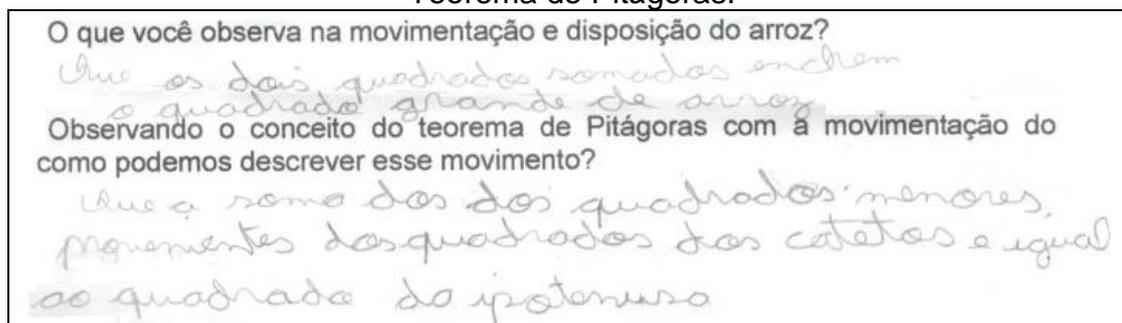


Fonte: Eisen (2016).

O recurso confeccionado e utilizado foi disponibilizado para a visualização, exploração e manuseio aos alunos, logo após o estudo histórico do Teorema de Pitágoras. Os educandos, desde o início, mantiveram-se atentos aos fatos históricos introdutórios ao teorema, no entanto, quando lhes apresentado o triângulo retângulo com arroz, seus olhares fixaram-se no objeto e suas atenções tornaram-se indesejáveis.

Fomentados a descobrir a objetividade do instrumento, os alunos respondiam e interagiam com a professora durante a realização da atividade investigativa e conceitual sobre o triângulo retângulo e o Teorema de Pitágoras. Neste momento, os alunos foram convidados a observar o objeto e a movimentação do arroz para responder a duas questões que exploraram a capacidade de concentração e análise dos alunos, para que esses assimilassem e comparassem as particularidades do objeto e os conceitos do Teorema de Pitágoras, como mostra o registro realizado pelo aluno A (Figura 5).

Figura 5: Registro das observações realizadas para com o objeto exploratório do Teorema de Pitágoras.



Fonte: Eisen (2016).

Através do registro observa-se que na primeira questão o aluno não possuía o entendimento do conceito do Teorema de Pitágoras e registrou a observação evidenciada. Após conversação com a turma e exploração do conceito formal, o aluno já assimilou as relações do Teorema de Pitágoras com a movimentação do arroz no objeto. Além da exploração do teorema através do objeto manipulativo, os alunos também trabalharam a verificação do Teorema de Pitágoras a partir da soma das áreas dos catetos em comparação com a área da hipotenusa.

Para a finalização da aula, os educandos desenvolveram exercícios aplicados ao cotidiano que abordaram o Teorema, os quais foram realizados com facilidades pelos educandos.

Evidenciou-se, com isso, como um singelo recurso pode tornar uma aula mais prazerosa e marcante na caminhada escolar dos alunos. Tal objeto foi um material enriquecedor da aula, e juntamente com a metodologia da História da Matemática, tornou-se útil para a exploração, explicação e identificação dos conceitos referente ao Teorema de Pitágoras.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em todo o desenvolvimento da prática relatada, pode-se observar que os educandos se mantiveram atentos e ativos. A introdução da atividade com a exploração de uma “casa torta” instigou os alunos a refletirem sobre os materiais necessários para a construção de uma casa “no esquadro”.

Tendo os alunos identificado a importância do ângulo de 90° , a História da Matemática surgiu como metodologia de ensino, a qual propiciou aos alunos a percepção da utilização dos conhecimentos matemáticos desde os povos egípcios. Caracteriza-se então, a História da Matemática como uma metodologia capaz de esclarecer certos “porquês” dos alunos para com alguns conceitos e conteúdos.

A Investigação Matemática aliada a um material manipulável, propiciou aos alunos a auto evidenciação e estruturação de um conceito matemático. A partir da observação da movimentação do arroz dos catetos para a hipotenusa do triângulo, os alunos concluíram suas próprias evidências e organizaram as mesmas em comparação ao Teorema de Pitágoras.

Constata-se assim, que ambas as metodologias de ensino, bem como o objeto manipulável, agiram como facilitadores do processo de ensino e aprendizagem dos alunos. A utilização desses recursos enriqueceu a aula e certamente tornou o conceito estudado marcante e significativo para toda a jornada escolar e de vida dos alunos.

A aula e a maneira como o trabalho foi desenvolvido, propiciaram uma experiência formadora na qual se evidencia a importância de desenvolver uma pesquisa para com os diversos métodos e metodologias, possíveis para se estudar/ensinar um conceito ou conteúdo, sempre com a intencionalidade de oferecer significância de tais aos alunos, e propiciar que esses sejam construtores dos próprios conhecimentos.

6. REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** (3º e 4º ciclos). Brasília: MEC / SEF, 1998.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **História da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática**. In: BICUDO, Maria. Aparecida. Viggiane. Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Unesp, 1999.

FREITAS, Olga. **Equipamentos e materiais didáticos**. Brasília: Universidade de Brasília, 2009.

GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI Benedito. **A conquista da Matemática**, 9º ano. São Paulo: FTD, 2009.

MENDES, Iran Abreu. **História da matemática em atividades**. 2ª ed.. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

PONTE, João Pedro; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Helia. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

Eisen, S. **Objeto de aprendizagem desenvolvido em 2016 e não publicado na figura 4.**