MODELAGEM MATEMÁTICA DA PRODUTIVIDADE DE MILHO E DOS COMPONETES DA ESPIGA EM FUNÇÃO DO NITROGÊNIO

Maiqueli Louise Junges1, Eberton K. Dieminger2, Rubia Diana Mantai3, Fernando P. B. do Amaral4

1Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões – URI, Campus de Santo Ângelo/Departamento das Ciências Exatas e da Terra, E-mail: [maiqueli\_junges@hotmail.com](mailto:maiqueli_junges@hotmail.com)

2Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões – URI, Campus de Santo Ângelo/Departamento das Ciências Exatas e da Terra, E-mail: [ebertondieminger@gmail.com](mailto:ebertondieminger@gmail.com)

3Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões – URI, Campus de Santo Ângelo/Departamento das Ciências Exatas e da Terra, E-mail: [rdmantai@yahoo.com.br](mailto:rdmantai@yahoo.com.br)

4Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões – URI, Campus de Santo Ângelo/Departamento das Ciências Exatas e da Terra, E-mail: [fernandoamaral70@yahoo.com](mailto:fernandoamaral70@yahoo.com)

**RESUMO:** A modelagem é utilizada na simulação de culturas e no planejamento de práticas culturais. O objetivo deste trabalho consiste em determinar modelos matemáticos que simulam a produtividade de grãos do milho e dos componentes da espiga em função da adubação nitrogenada. O experimento constituiu num delineamento de blocos casualizados com 4 repetições, com o fator doses de nitrogênio, nos níveis: 0, 80, 150 e 300 kg ha-1. A modelagem matemática traz benefícios ao sistema de agrícola, pela simulação e estimação antecipada da produtividade da cultura do milho, com modelos eficientes e precisos. A adubação nitrogenada influencia de forma linear crescente na produtividade de grãos e nos componentes da espiga de milho. A dose de 300 kg ha-1 de nitrogênio apresentou maiores valores médios de produção, entretanto, pelo elevado valor comercial e a alta contaminação ambiental, indica-se a dose de 80 kg ha-1 de nitrogênio, sendo uma dose considerada sustentável.

.

**Palavras Chaves:** Equações lineares. Simulação. Aplicação matemática.

# 1 INTRODUÇÃO

A modelagem matemática está muito presente na agricultura como um método de auxílio na tomada de decisão. Um modelo matemático decorre de “um sistema de equações cuja solução, dado um conjunto de dados de entrada, é representativa da resposta do processo.” (DENN, 1986). “Um modelo nada mas é do que a abstração matemática de um processo real.” (SEBORG et al., 1989). Desta forma, um modelo matemático representa as características observadas em um sistema real.

Na agricultura a modelagem é uma ferramenta utilizada na simulação do desenvolvimento de culturas para o planejamento de práticas culturais, a fim de minimizar os custos de produção, reduzir possíveis perdas com os riscos ambientais proporcionando uma maior sustentabilidade ao sistema agrícola (SILVA; BERGAMASCO, 2001), trazendo desta forma, benefícios tanto para a agricultura como para o agricultor e ao meio ambiente.

O milho (*Zea mays* L.) é uma cultura de verão que possui uma grande importância econômica pelas suas múltiplas formas de utilização, sendo desde a alimentação animal, humana até a indústria, ajudando também na rotação e diversificação de culturas. O grão é utilizado para alimentação humana é transformado em óleo, farinha, amido, margarina, xarope de glicose e flocos para cereais matinais, entre outros.

Técnicas de manejo que proporcionem uma elevada produtividade de grãos com qualidade industrial satisfatória é fundamental aos produtores, sendo a adubação nitrogenada um fator de forte influência na produtividade da cultura. Desta forma, a dose e o momento de aplicação do N-fertilizante são fundamentais para incrementar a produção de grãos e biomassa (FLORES et al., 2012). No entanto, a busca por altas produtividades pode elevar as doses de adubação com N-fertilizante, aumentando os custos de produção a ponto de tornar a cultura economicamente inviável, além de danos ambientais (BARRACLOUGH et al., 2010).

Portanto, através dos modelos matemáticos, há a possibilidade de fazer previsões antecipadas, ajudando a prosseguir com projetos ou modifica-los de antemão. O objetivo deste trabalho consiste em determinar modelos matemáticos que simulam a produtividade de grãos do milho e dos componentes da espiga em função da adubação nitrogenada, verificando a influência deste nutriente para a planta.

# 2 METODOLOGIA/ DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

O estudo foi desenvolvido na área experimental da Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões (URI) no município de Santo Ângelo – RS. Realizado durante a safra agrícola de 2016/2017, constituindo um delineamento de blocos casualizados com quatro repetições seguindo um esquema unifatorial tendo como fator, doses de nitrogênio, representado pelos seguintes níveis: 0, 80, 150 e 300 kg ha-1, em sistema de sucessão de alta liberação de N-residual (soja), conforme Figura 1.

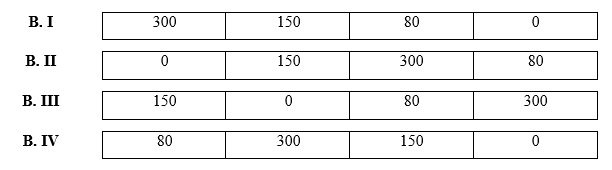


Figura 1. Detalhamento do experimento em campo pelas doses de nitrogênio

Cada parcela foi constituída de 2,25 m de largura por 3,5 m de comprimento, totalizando 7,9 m² por unidade experimental. Os ensaios instalados a campo obedeceram a época recomendada para semeadura. A densidade populacional utilizada foi determinada de acordo com as indicações técnicas da cultura, sendo de 6 a 7 plantas por metro quadrado, numa estimativa de produtividade de 4 t ha-1. A semeadura foi realizada mecanicamente, através de uma semeadora-adubadora constituída de 7 linhas, espaçadas em 0,45 m.

A adubação nitrogenada de cobertura foi aplicada na fase V3/V4 (50% da dose) e em V6/V7 (50% da dose) a lanço com fonte ureia, com dose determinada pelo nível de tratamento de cada parcela.

Os dados analisados, tanto a campo como em laboratório, atendem os seguintes caracteres que compõem a produtividade da cultura:

\* PG – estimativa da produtividade de grãos: para estimativa da produtividade de grãos foi utilizada a massa de grãos proveniente da colheita de cada parcela, e transformada para unidade kg ha-1.

\* ME – massa da espiga: foi analisada através da pesagem em balança de precisão espigas colhida aleatoriamente na parcela.

\* NFE – número de fileira de grãos da espiga: foi realizada através da contagem das fileiras de grãos das espigas colhidas aleatoriamente na parcela.

\* NGE – número de grãos da espiga: foi realizada através da contagem dos grãos das espigas colhidas aleatoriamente na parcela.

\* MGE – massa do grão da espiga: foram utilizados os grãos anteriormente trilhados e pesados em balança de precisão.

\* MS – massa do sabugo: obtida através da diferença entre massa da espiga e massa de grãos da espiga.

\* CE – comprimento da espiga: foi determinado por mensuração com auxílio de régua.

Realizou-se a análise de variância de modo a verificar se as diferenças entre as médias eram decorrente aos tratamentos ou do acaso. Após as análises seguiram com o teste de médias das variáveis, classificando as doses da adubação nitrogenada pela sua eficiência.

**3 MODELOS MATEMÁTICOS UTILIZADOS**

**3.1 Análise de variância (ANOVA)**

O teste da Análise de Variância (ANOVA) utiliza a distribuição F para comparar duas ou mais médias, a fim de se tomar uma única decisão, quanto a existência da diferença significativa entre as médias que estão sendo comparadas.

O uso da análise de variância em experimentos se dá para verificar se as diferenças amostrais observadas são reais (causadas por diferenças significativas nas populações observadas) ou casuais (decorrentes da mera variabilidade amostral), calculadas através das variâncias e covariâncias residuais (BREZOLIN, 2015).

O cálculo da Anova permite decompor os graus de liberdade e da soma de quadrados total, em somas de quadrados correspondentes às fontes de variação (MANTAI, 2013), e assim verificar a igualdade entre os efeitos dos tratamentos. Busca-se através da Anova avaliar se as diferenças nas médias da produtividade são resultados do acaso ou da aplicação das diferentes doses de nitrogênio no cultivo do milho.

A Tabela 1, apresenta as médias da produtividade do milho, dadas pelas doses de nitrogênio em cada bloco. O experimento é unifatorial com o uso de 4 blocos com 4 parcelas cada, dada pelas doses 0, 80, 150 e 300 Kg de nitrogênio por hectare.

Tabela 1. Esquema da variável resposta para análise da ANOVA

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Doses | Blocos | | | |
| I | II | III | IV |
| 0 |  |  |  |  |
| 80 |  |  |  |  |
| 150 |  |  |  |  |
| 300 |  |  |  |  |

Fonte: Autor.

Tendo que C é um fator de correção, e *d* o fator quantitativo de efeito fixo, tem-se a ANOVA, com as somas de quadrados e quadrados médios, apresentada na Tabela 2.

Tabela 2. Análise de variância para experimento unifatorial no delineamento em blocos ao acaso.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | FV | GL | *SQ* | *QM* | F |
|  | Blocos | b-1 | SQb | QMb= SQb/(b-1) | QMb/ QMe |
|  | Doses | d-1 | SQd | QMd= SQd/(d-1) | QMd/ QMe |
|  | Erro | (b-1)(d-1) | SQe | QMe= SQe/(b-1).(d-1) | - |
|  | Total | (b\*d)-1 | *SQtotal* | - | - |

FV= fonte de variação; GL= grau de liberdade; SQ= soma de quadrados; QM= quadrado médio; d=dose de nitrogênio; b= bloco; F= teste de Fischer. Fonte: Autor

Sendo o coeficiente de correção dado por,

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

A soma dos quadrados do bloco é dado por,

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

A soma dos quadrados das doses,

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

A soma dos quadrados do total,

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

E a soma dos quadrados do erro,

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

A Anova irá verificar se o efeito das doses na produção de aveia não diferem entre sim (*Ho=0*), ou caso contrário, há diferença entre os tratamentos (*H1≠0*). A estatística , sob H0, tem distribuição de *Fα(*GLd; GLe). Assim, se *FC* >*Fα(GLd; GLe)*, rejeita-se H0 e se conclui que existe diferença em nível  de erro entre os tratamentos (doses de nitrogênio) e a alteração estimada não é atribuída ao acaso. Se *FC Fα(GLd; GLe)*, então, aceita-se H0 e se conclui que a diferença observada não é significativa e pode ser atribuída ao acaso.

**3.2 Teste de médias**

Quando é feita a análise de variância de um experimento com apenas dois tratamentos, podemos visualizar apenas pela média qual o melhor tratamento. Porém, quando há mais de dois tratamentos, fazendo apenas o teste de “f” (teste que mostra se existe diferença entre as médias dos tratamentos) não podemos indicar qual o melhor tratamento. Neste caso, é necessário aplicar um teste de comparação de médias dos tratamentos, daí podendo concluir qual o melhor tratamento.

Então, os testes de comparação de média servem como um complemento para o estudo da análise de variância. Há vários testes de comparação de médias, entre os quais podemos citar: teste de Tukey, teste de Duncan, teste de Scheffé.

O teste de Tukey é um dos testes de comparação de média mais utilizados, por ser bastante rigoroso e de fácil aplicação. Tem como base a DMS (diferença mínima significativa). Para dados balanceados é calculado da seguinte forma,



em que n é o número de réplicas do tratamento (nível), qα é um valor tabelado (Tabela do Teste de Tukey) e QMErro é o quadrado médio do erro. Portanto, é possível fazer um ranking das doses de nitrogênio para as variáveis estudadas.

**3.3 Regressão linear**

A análise de regressão linear é um método para se estimar o valor esperado de uma variável *y* em função de uma variável *x*. Através de regressão linear é possível verificar o comportamento da cultura para uma determinada variável pelo uso do N-fertilizante.

O modelo se ajusta a uma equação que representa uma reta da forma,

|  |  |
| --- | --- |
| y = a + bx |  |

sendo,

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | |  |
|  |  | |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

onde, a e b são parâmetros do modelo, *x* e  são respectivamente, valores da variável independente e sua média, *y* e são respectivamente, valores da variável dependente e sua média e *n* o número de observações.

# 4 RESULTADOS E ANÁLISE

A Tabela 3 descreve o resumo da análise de variância dos componentes da espiga e da produtividade de grãos de milho frente às distintas doses de nitrogênio aplicadas. As variáveis que apresentaram diferença significativa pelas doses de nitrogênio foram: a produtividade de grão, a massa da espiga, a massa de grãos por espiga e a massa do sabugo da espiga. Já as variáveis, comprimento da espiga, número de fileiras por espiga, número de grãos por fileira e número de grãos por espiga não tiveram diferença significativa, demonstrando que as diferenças nos valores médios se dão ao acaso.

Tabela 3. Análise de variância dos componentes da espiga de milho

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Variável | QM | F |
| PG | 5486751,1 | \* |
| CE | 7,333 | ns |
| ME | 4395,7 | \* |
| NFE | 1 | ns |
| NGF | 40,972 | ns |
| NGE | 11671,30 | ns |
| MGE | 2572,8 | \* |
| MSE | 245,77 | \* |

PG= produtividade de grãos; CE= comprimento da espiga; ME= massa da espiga; NFE= número de fileiras por espiga; NGF= número de grãos por fileira; NGE= número de grãos por espiga; MGE= massa do grão da espiga; MSE= massa do sabugo da espiga; QM= quadrado médio; F= teste F com probabilidade de erro de 5%; \* = probabilidade significativa; ns = probabilidade não significativa. Fonte: Autor.

A Tabela 4 apresenta os testes de médias da produtividade de grão e componentes da espiga pelas doses de nitrogênio. Para todos os componentes da espiga (massa da espiga, massa do grão da espiga e massa do sabugo da espiga) e a produtividade de grãos, a dose de 300 kg ha-1 de nitrogênio foi a que apresentou maiores valores médios, seguido das doses 80 e 150 kg ha-1 de nitrogênio que não tiveram diferença significativa. Desta forma, entre as doses 80 e 150 kg ha-1 de nitrogênio, indicamos a dose 80 kg ha-1 pelo menor custo financeiro, além do menor índice de poluição ambiental. Já, a parcela experimental sem a aplicação do nitrogênio (0 kg ha-1 de N) foi a que apresentou menores valores médios para todos os componentes.

Tabela 4. Teste de médias da produtividade de grão e componentes da espiga pelas doses de nitrogênio

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Dose** | **PG** | **ME** | **MGE** | **MSE** |
| **0** | 4822 c | 123,9 c | 104,4 c | 19,5 c |
| **80** | 5930 b | 155,2 b | 128,4 b | 26,7 b |
| **150** | 6234 b | 161,6 b | 134,9 b | 26,8 b |
| **300** | 8080 a | 216,0 a | 174,9 a | 41,1 a |

PG= produtividade de grãos; ME= massa da espiga; MGE= massa do grão da espiga; MSE= massa do sabugo da espiga. Fonte: Autor.

A Tabela 5 apresenta a análise de regressão da produtividade de grãos de milho e componentes da espiga em função do nitrogênio. Todos os componentes analisados obtiveram uma equação significativa, dada através na análise do quadrado médio de cada variável. O comportamento das equações das variáveis foi linear crescente, mostrando que ao aumentar a dose de nitrogênio aumenta-se também a produtividade da variável analisada. Ressalta-se o elevado valor do coeficiente de determinação das equações, o que demonstra confiabilidade no estudo. Destaca-se a taxa de variação da produtividade de grãos dada pela equação, de modo que, a cada quilo de nitrogênio aplicado, aumenta-se 10,5 kg de grão por hectare.

Tabela 5. Análise de regressão da produtividade de grãos de milho e componentes da espiga em função do nitrogênio

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Variável | QM | y=b1x+b0 | P(b1) | R²(%) | NE | YE |
| PG | 21552099\* | 10,5x+4872 | \* | 98 | 85 | 5764 |
| ME | 17147\* | 0,29x+125 | \* | 98 | 150 |
| MGE | 10104\* | 0,23x+105 | \* | 98 | 124 |
| MSE | 927\* | 0,07x+19 | \* | 94 | 25 |

QM = quadrado médio; P(b1) = probabilidade do coeficiente angular; R²(%) = coeficiente de determinação; NE= dose estimada de nitrogênio; YE= produtividade estimada; PG= produtividade de grãos (kg ha-1); ME= massa da espiga (g); MGE= massa de grãos da espiga (g); MSE= massa do sabugo da espiga (g). Fonte: Autor.

Conforme as indicações técnicas de cultivo de milho (Reunião Técnica Anual de Milho, 2013), a dose de nitrogênio varia em função do teor de matéria orgânica do solo e da cultura antecedente. Contudo, indica-se uma dose de 85 kg ha-1 de nitrogênio para uma produtividade de grãos maior que 4 t ha-1. Através dos modelos matemáticos determinados, a simulação da produtividade esperada com 85 kg ha-1 de nitrogênio, respondeu com uma produtividade de 5764 kg ha-1 de grãos, sendo este valor superior à estimativa inicial, decorrente também do solo, clima e manejo que foram favoráveis ao desenvolvimento da cultura. A massa estimada de cada espiga apresentou resultado aproximado de 150 gramas por unidade, sendo que 124 gramas é referente aos grãos e 25 gramas ao sabugo.

Através da técnica da modelagem matemática pode-se estimar a produtividade da cultura, e assim fazer estimações para a produção final. Esta pode ser considerada uma importante ferramenta para produtores e técnicos para análise antecipada de produtividades.

# 5 CONCLUSÕES

A modelagem matemática teve fundamental importância na realização deste trabalho, pois, a partir dela conseguimos identificar as funções matemáticas que melhor descrevem a produtividade de grãos e os componentes da espiga do milho em função da dose de nitrogênio aplicado. Desta forma, a modelagem matemática é muito útil na agricultura, não somente para a cultura do milho, mas sim em diversas culturas, utilizando-a como uma ferramenta para a previsão de safras agrícolas, com modelos eficientes e precisos.

A adubação nitrogenada influencia de forma linear crescente na produtividade de grãos e nos componentes da espiga de milho. A dose de 300 kg ha-1 de nitrogênio apresentou maiores valores médios de produção, entretanto, pelo elevado valor comercial do insumo e a alta contaminação ambiental, indica-se para adubação a dose de 80 kg ha-1 de nitrogênio, sendo uma dose considerada sustentável.

# 6 REFERÊNCIAS

BARRACLOUGH, P.B.; HOWARTH, J.R.; JONES, J.; LOPEZ-BELLIDO, R.; PARMAR, S.; SHEPHERD, C.E.; HAWKESFORD, M.J. Nitrogen efficiency of wheat: Genotypic and environmental variation and prospects for improvement. European Journal of Agronomy, v.33, p.1-11, 2010.

BREZOLIN, A. P. Modelagem matemática para otimização e previsibilidade de produtividade do trigo pelas formas de fornecimento do nitrogênio. **Dissertação de mestrado**, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul - Unijuí, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Modelagem Matemática. Ijuí, 2015.

DENN, M. M. **Process Modeling. Longman Sc & Tech**. London and Wiley, New York. 1986.

Reunião Técnica Anual de Milho, LVIII Reunião Técnica Anual de Milho: indicações técnicas para o cultivo de milho e de sorgo no Rio Grande do Sul safras 2013/2014 e 2014/2015 / editores técnicos, Beatriz Marti Emygdio, Ana Paula Schneid Afonso da Rosa e Mauro César Celaro Teixeira. Brasília-DF: EMBRAPA, 2013. 124 p.

FLORES, R. A.; URQUIAGA, S. S.; ALVES, B. J. R.; COLLIER, L. S.; MORAIS, R. F. de; PRADO, R. de M. Adubação nitrogenada e idade de corte na produção de matéria seca do capim-elefante no Cerrado. **Revista Agriambi**. 16:1282-1288, 2012.

MANTAI, R. D. Modelagem matemática da produção em aveia pelo aproveitamento do nitrogênio nos sistemas de cultivo. **Dissertação de Mestrado** apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul - Unijuí, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Modelagem Matemática. Ijuí, 2013.

SEBORG, D. E., EDGAR, T. F. e MELLICHAMP, D. A. (1989): **Process Dynamics and Control**. John Wiley & Sons.

SILVA, F. C. da; BERGAMASCO, A. F. Levantamento de modelos matemáticos descritos para a cultura da cana-de-açúcar. **Revista Biociências**, 7:7-14, 2001.