O USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA PARA SIMULAÇÃO DA PRODUÇÃO DE MILHO

Rubia Diana Mantai1, Maiqueli Louise Junges2, Eberton K. Dieminger3, Giselda Aparecida Guisleni4

1Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões – URI, Campus de Santo Ângelo/Departamento das Ciências Exatas e da Terra, E-mail: rdmantai@yahoo.com.br

2Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões – URI, Campus de Santo Ângelo/Departamento das Ciências Exatas e da Terra, E-mail: [maiqueli\_junges@hotmail.com](mailto:maiqueli_junges@hotmail.com)

3Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões – URI, Campus de Santo Ângelo/Departamento das Ciências Exatas e da Terra, E-mail: [ebertondieminger@gmail.com](mailto:ebertondieminger@gmail.com)

4Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões – URI, Campus de Santo Ângelo/Departamento de Ciências Agrárias, E-mail: [giselda@santoangelo.uri.br](mailto:giselda@santoangelo.uri.br)

**RESUMO:** A modelagem matemática transforma situações da realidade em problemas matemáticos. O uso de nitrogênio é essencial para o milho e o uso de biofertilizante é uma alternativa sustentável que auxilia no seu desenvolvimento. Objetivou-se utilizar a modelagem matemática para verificar o comportamento do milho sob aplicação de fertilizante nitrogenado e biológico Microgeo®, determinando o ajuste das doses que promovam maximizar a produtividade de grãos e biomassa. O estudo foi desenvolvido em 2016/2017, com fatores de tratamento: doses de nitrogênio (0, 80, 150 e 200 kg/ha) e doses de biofertilizante Microgeo® (0, 30, 50 e 100 L/ha). A modelagem matemática através de equações lineares, simula com eficiência a produtividade da cultura do milho mostrando tendências de crescimento. Pelas taxas de crescimento dadas pelas funções da produção de biomassa e de grãos, indica-se as dose de 80 L/ha de Microgeo® e 80 kg/ha de nitrogênio como as mais eficientes e sustentáveis.

**Palavras Chaves:** Equações lineares,Nitrogênio, Microgeo®.

# 1 INTRODUÇÃO

A atividade matemática tem como um aspecto bem marcante, construir modelos matemáticos a fim de resolver problemas. Conforme Bassanezi (2002), a modelagem matemática é um processo dinâmico, que consiste, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. Portanto, o conhecimento científico é utilizado como uma ferramenta de trabalho que identifica e compreende um problema, propõem modelos, discute métodos, sendo que, todos estes argumentos implicam em uma modelagem matemática (BIEMBENGUT, 2011).

Os modelos matemáticos auxiliam no desenvolvimento da agricultura, a qual é a base da economia da região noroeste do estado do Rio Grande do Sul, sendo que no período de estação quente cultiva principalmente a soja e o milho. O Brasil é terceiro produtor de milho com cerca de 6,3% da produção mundial, sendo o Rio Grande do Sul responsável por 15% da produção de milho de todo o país. Produtores de milho necessitam de técnicas de cultivo que proporcionem uma elevada produtividade de grãos. Entretanto, existem fatores que influenciam a produtividade da cultura, tais como, a adubação nitrogenada (SOUZA et al., 2012).

O nitrogênio é um dos nutrientes essenciais para a cultura do milho, proporcionando aumento da produção de grãos. Dos pontos de vista econômico e ambiental, a dose de nitrogênio a aplicar é a mais importante decisão no manejo do fertilizante, pois, o milho necessita do nitrogênio para elevar a produtividade, porém, elevadas doses aumentam o custo de produção e causam danos ambientais (PRANDO et al., 2013).

A utilização de biofertilizantes (Microgeo®) no solo é uma alternativa de baixo custo e ambientalmente sustentável, que promete reciclar os nutrientes absorvidos pelas plantas, contribuindo na melhoria química, física e biológica do solo. Também pode ser utilizada como adubo foliar, mantendo o equilíbrio nutricional das plantas e inibindo pragas. Biofertilizantes têm um custo relativamente baixo e são utilizados em sistemas orgânicos substituindo os fertilizantes químicos (BEZERRA et al, 2008).

Portanto, altas produtividades de grãos de milho com menor custo de produção e menor dano ambiental são requeridos pelos produtores, sendo que nesta perspectiva está o manejo de adubação nitrogenada e biofertilizantes, que elevam a produtividade de grãos e biomassa de milho. Entretanto, a dose de adubação nitrogenada e biofertilizante a ser utilizada são fatores de grande incerteza, as quais podem ser analisadas através da modelagem matemática. Assim, utilizamos a matemática aplicada em um problema regional, almejando resultados quanto a produtividade, sustentabilidade e lucros, para o cenário agrícola local e mundial em sistemas de produção eficientes e racionais.

A simulação do desenvolvimento de uma cultura através da modelagem matemática é uma ferramenta útil para o planejamento agrícola, tendo um papel ativo de ajuda à pesquisadores e agricultores, investigando, avaliando métodos alternativos de cultivo. Além disso, a utilização da modelagem tornou-se uma ferramenta eficaz e complementar às pesquisas experimentais convencionais, tendo como vantagem o baixo custo, velocidade, criação e suposição de ambientes ideais.

O objetivo do trabalho foi utilizar a modelagem matemática para verificar o comportamento da cultura de milho sob aplicação de fertilizante nitrogenado e biológico Microgeo®, e assim, determinar o ajuste das doses que promovam maximizar a produtividade do milho e os reflexos no acúmulo de biomassa ao longo do desenvolvimento da planta.

# 2 METODOLOGIA

O presente estudo foi desenvolvido na safra agrícola de 2016/2017 na área experimental da Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões (URI) no município de Santo Ângelo - RS, localizado geograficamente a 28° 17’ 56’’ de latitude S e 54° 15’ 46 de longitude W. A área na qual foi instalado o experimento tem como característica marcante a ocorrência de semeadura direta consolidada. Foi utilizado um delineamento de blocos casualizados com quatro repetições seguindo um esquema fatorial 4x4 para os fatores doses de nitrogênio e doses de biofertilizante Microgeo®, respectivamente. Neste sentido, os fatores de tratamento estão assim representados em seus respectivos níveis: i) doses de nitrogênio (0, 80, 150 e 200 kg/ha), ii) doses de biofertilizante Microgeo® (0, 30, 50 e 100 ml L-1) em sistema de sucessão de alta liberação de N-residual (soja). Cada parcela com 2,7m de largura X 2 m de comprimento, totalizando 5,4 m² por unidade experimental.

O biofertilizante Microgeo® foi fabricado em uma caixa d’água pela composição de 15% do volume da caixa de esterco fresco de vacas em lactação e 5% do volume da caixa do composto Microgeo®, sendo preenchido o restante com água sem cloro. Foi aplicado na cultura através de pulverizações no sulco durante o plantio nas dosagens de acordo com o nível de cada parcela e complementado com uma aplicação de 150 L ha-1 na fase vegetativa conforme as recomendações técnicas. A adubação nitrogenada de cobertura foi parcelada em duas etapas, onde a metade da dose foi aplicada na fase V3 e a outra metade na fase V6, ambas a lanço com fonte ureia, com dose determinada pelo nível de tratamento de cada parcela. As variáveis analisadas foram: produtividade de grãos (PG) e produtividade de biomassa (PB).

# 3 MODELOS MATEMÁTICOS UTILIZADOS

A modelagem matemática do trabalho seguiu-se pela análise de variância (anova) do experimento, de modo a verificar se houve diferenças estatísticas entre os fatores analisados (doses de nitrogênio e Microgeo®). A probabilidade de F obtida pela razão das estimativas das variâncias () dos tratamentos, definirá a evidência contra ou à favor de médias iguais ou diferentes e a detecção de interação entre os fatores, em nível de significância de 5% de erro. O modelo seguido pela anova é,

Tabela 1. Análise de variância para experimento fatorial

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| FV | GL |  |  |  | F (sob H0) |
| Blocos | K-1 |  |  |  |  |
| Fator A | I-1 |  |  |  |  |
| Fator D | J-1 |  |  |  |  |
| A x D | (I-1)(J-1) |  |  |  |  |
| Erro | (IJ-1)(K-1) |  |  |  | - |
| Total | IJK-1 |  | - |  | - |

FV= fonte de variação, GL= grau de liberdade, SQ= soma de quadrados, QM= quadrado médio, F= teste de Fischer.

Sendo;

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

e os quadrados médios (QM) são dados por:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Cálculo do coeficiente de variação

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

onde m = média e QME = quadrado médio do erro

Considerando o efeito da interação  sendo  (interação entre fatores A e D não difere de zero) e  (a interação difere de zero), a estatística , tem distribuição de  (GLAD; GLE). Assim, se , rejeita-se e se conclui que existe interação em nível  de erro de conclusão entre os fatores A e D e a interação estimada não pode ser atribuída ao acaso. Se, então, não é rejeitada , e se conclui que a interação observada não é significativa e pode ser atribuída ao acaso. Quando a interação é significativa, isto é, quando se rejeita em nível de  de erro, deve-se estudar o comportamento dos níveis de um fator dentro de cada nível do outro fator.

Havendo diferenças significativas, foi utilizado o teste de média por Scott-Knott, a fim de classificar melhores doses de biofertilizantes e da adubação nitrogenada para cada variável estudada. O teste de Scott-Knott é um método de comparação múltipla, onde são separadas as médias de tratamentos em grupos homogêneos, pela minimização da variação dentro do grupo e da maximização entre os grupos (SANTOS, 2000). Sua aplicação deve ser feita na seguinte ordem:

* Ordene as k médias em ordem decrescente;
* Crie k-1 partições de grupos de médias da seguinte maneira:

\* Partição 1: grupo de tratamentos 1 (dose 0 kg/ha de N) e o grupo dos tratamentos 2, 3, ..., k (que serão 30, 60 e 120 kg/ha de N)

\*\* Partição 2: grupo de tratamentos 1 e 2 (dose 0 e 30 kg/ha de N) e o grupo dos tratamentos 3, 4 ..., k (que serão 60 e 120 kg/ha de N), e assim sucessivamente.

* Após, calcula a soma de quadrados médios entre todos os grupos de cada partição, utilizando o seguinte modelo:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

onde, G1, G2 e Gn são, respectivamente, os totais das médias do grupo 1, grupo 2 e a soma total de todos os grupos, e k1 e k2, o número de tratamentos em cada grupo na partição. O valor máximo de *SQgrupos* é denominado , sendo a variância determinada por:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Onde: é a média do tratamento i; é a média geral dos tratamentos a serem separados; r é o número de observações de cada tratamento;  é o número de graus de liberdade do resíduo; é o quadrado médio do erro e  é o número de médias a serem separadas.

A partição de soma de quadrado máxima será válida se a estatística  for significativa, a qual é dada por,

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Caso  (significativo), os dois grupos diferem significativamente. Aplicam-se novamente esta ordem dentro de cada grupo da partição e assim sucessivamente, até que não seja mais possível dividir as médias em grupos.

Caso  (não significativo), todas médias são consideradas homogêneas, não havendo formação de grupos de médias.

O valor de qui-quadrado é estabelecido em função do nível de significância e do número de graus de liberdade, dado por,

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

sendo g o número de médias a serem separadas.

Por fim, foi modelado regressões lineares, as quais especificam relações entre variáveis, com o propósito de se fazer inferências e, particularmente predições de valores não analisados, tendo como finalidade determinar uma função adaptada aos dados. Segundo Montgomery (2003), para ajustar um modelo de regressão é necessário verificar a significância da regressão, o que pode ser feito utilizando a anova. Se a relação entre  e  puder ser expressa através de uma equação do primeiro grau, diz-se que a regressão é linear simples, e o modelo pode ser definido por,

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

onde  é a variável dependente,  é a variável independente,  é o erro aleatório,  e  são parâmetros a serem estimados. O parâmetro  é denominado coeficiente linear e  é denominado coeficiente angular ou coeficiente de regressão.

A estimativa dos parâmetros pode ser dada através do método dos mínimos quadrados, dispondo de  pares de  e , as expressões podem ser escritas,

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Através da solução do sistema têm-se as estimativas dos parâmetros da equação da reta, ou através das equações:

|  |  |
| --- | --- |
| e |  |
| e |  |

A avaliação da precisão dos coeficientes é estimado pela percentagem (%) da variação de  que se deve à variação de , denominado coeficiente de determinação, dado por,

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

isso mostra que a variação total de  é atribuída à regressão , e outra devido aos desvios da regressão . Quanto maior o valor de , melhor será a estimação de  em função de .

A análise da variância da regressão linear simples, que é dada por:

Tabela 2. Análise de variância da regressão

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| FV | GL | SQ | QM | F |
| Regressão | 1 | SQReg | QR | QR/QD |
| Desvio | n-2 | SQDes | QD |  |
| Total | n-1 | SQTo |  |  |

sendo,

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

O valor de teste de hipótese calculado, verifica a significância do parâmetro da regressão. Dado por,

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Sendo,  os tratamentos e suas respectivas médias,  a variável resposta e sua respectiva média e *n* o número de observações.

Para todos os cálculos foi utilizado o software estatístico livre denominado Genes.

# 4 RESULTADOS E ANÁLISE

A análise de variância frente os fatores da adubação da cultura do milho com nitrogênio e Microgeo®, mostrou diferenças na produtividade biológica (Tabela 3), de grãos e dos componentes da espiga (dados não apresentados). Dessa forma, entende-se que estes fatores influenciam o desenvolvimento do milho, e portanto, devem ser analisado através da modelagem matemática.

Tabela 3. Análise de variância pelo uso de nitrogênio e Microgeo® na produtividade de grãos de milho.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Fonte de Variação | GL | SQ | QM | F |
| Blocos | 3 | 56041,625 | 18680,54167 |  |
| Dose de Nitrogênio | 3 | 14737893,875 | 4912631,29 | 115,8 |
| Dose de Microgeo | 3 | 4474139,625 | 1491379,875 | 35,16 |
| Nitrogênio X Microgeo | 9 | 1611525,0 | 17905,33333 | 4,22\* |
| Resíduo | 45 | 1908650,875 | 42414,46389 |  |
| Total | 63 | 22788251,0 |  |  |

GL= graus de liberdade, SQ= soma de quadrados, QM= quadrado médio, F=teste de Fischer, \* = significativo pelo teste de Fischer a 5% de probabilidade de erro.

Pela modelagem matemática de equações lineares, pode-se compreender o desenvolvimento biológico diário do milho quando aplicado doses combinadas de nitrogênio e Microgeo®.

A Tabela 4 mostra a taxa de acúmulo diário de biomassa de milho de forma linear positiva, independente da dose de nitrogênio ou Microgeo® aplicado. Na condição sem nitrogênio (0 kg/ha), houve um incremento da biomassa pelo incremento de Microgeo®, assim, a maior taxa de produção biológica se deu com uso da dose de 300 L/ha de Microgeo®, gerando 220,8 kg/ha de biomassa por dia. Entretanto, esta dose não acompanhou a maior produtividade de grãos, a qual tem seu melhor desempenho com o uso de 150 L/ha de Microgeo® (dados analisados a partir do teste de média). As doses 80 e 300 L/ha de Microgeo® tiveram o mesmo desempenho na produtividade de grãos, mostrando que as diferenças matemáticas são dadas pelo acaso ou erro experimental.

Tabela 4. Equação linear da produtividade de biomassa e análise da produtividade de grãos no uso de doses de nitrogênio e Microgeo®.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Dose de N | Dose de M | Equação linear da PB | P(b1) | R² | PG |
| 0 | 0 |  | \* | 93 | 6942 c |
| 80 |  | \* | 97 | 7552 b |
| 150 |  | \* | 92 | 8676 a |
| 300 |  | \* | 92 | 7640 b |
| 80 | 0 |  | \* | 92 | 6820 c |
| 80 |  | \* | 96 | 8264 a |
| 150 |  | \* | 94 | 8016 a |
| 300 |  | \* | 95 | 7525 b |
| 150 | 0 |  | \* | 99 | 7745 b |
| 80 |  | \* | 97 | 8074 a |
| 150 |  | \* | 83 | 8340 a |
| 300 |  | \* | 94 | 7519 b |
| 300 | 0 |  | \* | 98 | 7259 c |
| 80 |  | \* | 95 | 8793 a |
| 150 |  | \* | 97 | 8779 a |
| 300 |  | \* | 92 | 8116 b |

N=nitrogênio (kg/ha); M=Microgeo® (L/ha); PB=produtividade de biomassa (kg/ha); PG=produtividade de grãos (kg/ha); P(b1)=parâmetro de inclinação da reta; R²=coeficiente de determinação. Médias seguidas de mesma letra não diferem estatisticamente com nível de 5% de probabilidade de erro pelo teste de Scott-Knott.

Quando aplicado a dose de 80 kg/ha de nitrogênio, as variações da taxa de biomassa pelas distintas doses de Microgeo®, não foram muito expressivas, com uma média de produção de biomassa de 179,3 kg/ha por dia (Tabela 4). Em relação a produtividade de grãos, se verifica que com o suporte de nitrogênio em 80 kg/ha, a dose 80 e 150 L/ha de Microgeo® foram as mais eficientes em promover o incremento de grãos. Fato que se repetiu quando utilizado 150 e 300 kg/ha de nitrogênio. Contudo, levando em consideração o valor econômico do produto biológico, indica-se a dose de 80 L/ha de Microgeo® como a mais sustentável para a produtividade de grãos de milho.

No uso de 150 e 300 kg/ha de nitrogênio (Tabela 4), as equações lineares da produtividade de biomassa pelo incremento do Microgeo®, tiveram taxas de variação semelhantes, sendo a combinação de nitrogênio com Microgeo® de 150, 150 kg/ha e 300, 150 kg/ha, respectivamente.

A Tabela 5 descreve as equações matemáticas que determinam a produtividade de grãos de milho em função da dose de nitrogênio, mantendo a dose de Microgeo® fixa, e da produtividade de grãos de milho em função da dose de Microgeo®, mantendo a dose de nitrogênio fixa.

Tabela 5. Equações lineares da produtividade de grãos de milho em função da dose de Microgeo® e de nitrogênio.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Dose de Microgeo® | Dose de Nitrogênio | Equações | P(b1) | R² |
| 0 | - | 7818,6 + 2,68x | \* | 73 |
| 80 | - | 6949,6 + 6,06x | \* | 99 |
| 150 | - | 7535,1 + 4,50x | \* | 83 |
| 300 | - | 7080,0 + 3,47x | \* | 95 |
| - | 0 | 7383,0 + 1,46x | ns | 30 |
| - | 80 | 8166,2 + 2,07x | \* | 88 |
| - | 150 | 8171,0 + 1,80x | \* | 78 |
| - | 300 | 8766,8 + 1,69x | ns | 54 |

P(b1)=parâmetro de inclinação da reta; R²=coeficiente de determinação.

Todas as equações se mostraram significativas para o modelo linear. No momento em que o Microgeo® é fixado e verifica-se o comportamento do nitrogênio isolado, a equação matemática explica que a produtividade é crescente. Analisando as taxas de variação, indicamos a dose de 80 L/ha de Microgeo® como a mais recomendada, por possuir um maior coeficiente angular. Esta condição explica que a cada quilo de nitrogênio aplicado, há um aumento de 6,06 kg de grãos por hectare.

Ao fixar as doses de nitrogênio e analisar a ação do Microgeo® (Tabela 5), verifica-se que as doses 0 e 300 kg/ha de nitrogênio, não mostraram uma equação significativa, portanto, sem confiabilidade estatística. Já as doses de 80 e 150 kg/ha de nitrogênio mostraram um comportamento linear crescente. Contudo, a dose 80 kg/ha de nitrogênio implica em uma maior taxa de variação (2,07) de produtividade de grãos de milho em função do uso do Microgeo®.

Os principais custos do agronegócio são os gastos com fertilizantes. A diminuição se dá através do melhor uso possível, isto é, usar apenas a quantidade necessária. Através da modelagem matemática há a possibilidade de otimizar funções, e entender o processo biológico (CAVALCANTE, 2012).

# 4 CONCLUSÕES

A modelagem matemática através de equações lineares, simula com eficiência a produtividade da cultura do milho com o uso de nitrogênio e Microgeo®, mostrando tendências de crescimento, servindo como um apoio para previsão de safras.

Pelas taxas de crescimento dadas pelas funções da produção de biomassa e de grãos, indica-se a dose combinada de 80 L/ha de Microgeo® e 80 kg/ha de nitrogênio como as mais eficientes e sustentáveis.

# 5 REFERÊNCIAS

BASSANEZI, Rodney Carlos. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

BEZERRA, Lucena Bezerra; SILVA FILHO, João Herculano; FERNANDES, Doralice; ANDRADE, Raimundo e MADALENA, José Antonio da Silva. **Avaliação da aplicação de biofertilizante na cultura do milho: crescimento e produção**. Revista Verde, v.3, n.3, p. 131-139, 2008.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **Concepções e Tendências de Modelagem Matemática na Educação Brasileira**. XIII Conferência Interamericana de Educación Matemática (CIAEM), Recife, 2011. Anais... Recife, 2011.

CAVALCANTE, Jose Airton Chaves; DELGADO, Angel Ramon Sanchez; MEDEIROS, Jose Antonio Carlos Canedo e CARVALHO, Daniel Fonseca. **Uso de Recursos na Dose Certa: Uma Ferramenta Computacional Agrícola**. Sistemas & Gestão, v. 6, n. 4, p. 398-413, 2012.

MONTGOMERY, Douglas e RUNGER George. **Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros**,2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003.

PRANDO, Andre Mateus; ZUCARELI, Claudemir; FRONZA, Vanoli; OLIVEIRA, Fábio Álvares e OLIVEIRA JÚNIOR, Adilson. **Características produtivas do trigo em função de fontes e doses de nitrogênio**. Pesquisa Agropecuária Tropical, v. 43, n. 1, p. 34-41, 2013.

SANTOS, Carlos; FERREIRA, Daniel Furtado e BUENO FILHO, Júlio Silvio de Sousa. **Novas alternativas de testes de agrupamento avaliadas por meio de simulação Monte Carlo**. Ciência e Agrotecnologia, v.25, n.6, p.1382-1392, 2001.

SOUSA, Geocleber Gomes. de; MARINHO, Albanise Barbosa; ALBUQUERQUE, André Henrique Pinheiro; VIANA, Thales Vinícius de Araújo e AZEVEDO, Benito Moreira de. **Crescimento inicial do milho sob diferentes concentrações de biofertilizante bovino irrigado com águas salinas**. Revista Ciência Agronômica, v. 43, n. 2, p. 237-245, 2012.