DOI: http://dx.doi.org/10.31512/encitec.v12i2.536

POSSIBILIDADES DIDÁTICAS A PARTIR DA MANIPULAÇÃO DA ESCALA DOS NÚMEROS (1623) ELABORADA POR EDMUND GUNTER NO USO DA PROPORÇÃO CONTÍNUA PARA A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

TEACHING POSSIBILITIES FROM THE MANIPULATION OF THE LINE OF NUMBERS (1623) FROM EDMUND GUNTER IN THE USE OF THE CONTINUOUS PROPORTION FOR THE MATHEMATICS TEACHER TRAINING

Andressa Gomes dos Santos[1], Ana Carolina Costa Pereira[2]

Recebido: setembro/2021 Aprovado: abril/2022

Resumo: Pesquisas retratam a história como uma opção a ser inserida no ensino de Matemática para ressignificar um conhecimento. Em vista disso, é preciso articular esses dois campos, uma maneira é visando à construção de interface, em que se considera um recurso potencialmente didático proveniente da história para ser levado ao ensino. Desse modo, escolheu-se, para este estudo, o tratado *The description and vse of the Sector, the Crosse-staffe, and other instruments*..., especificamente, a escala dos números e seu manuseio relacionado à proporção contínua. Objetiva-se, assim, discutir questões matemáticas que emergem a partir de problemas propostos, relacionados à manipulação da escala dos números, para uso de proporção contínua e que podem ser articulados ao ensino de Matemática. A pesquisa se caracteriza como documental e se apropria da Teoria da Objetivação para pautar a construção da tarefa. Por conseguinte, a elaboração de tarefas por meio dessa teoria, em conjunto com a interface, pode trazer possibilidades didáticas para o ensino de Matemática. Concluiu-se, portanto, que a escala dos números para o uso da proporção contínua possibilita tratar questões logarítmicas, de progressão geométrica e de proporção, podendo haver uma relação entre esses elementos, transformando a visão do futuro professor sobre esses conhecimentos matemáticos.
Palavras-chave: Interface entre história e ensino, Teoria da Objetivação, Proporção contínua.

Abstract: Research portrays history as an option to be inserted in the teaching of mathematics to give new meaning to knowledge. In view of this, it is necessary to articulate these two fields, one way is aiming at the construction of an interface in which a potential didactic resource from history is considered to be taken to teaching. Thus, the treatise The Description and vse of the Sector, the Crosse-staffe, and other instruments... was chosen for this study, specifically the line of numbers and their handling in relation to the continuous proportion. The objective is, therefore, to discuss mathematical issues that emerge from proposed problems, related to the manipulation of the line of numbers, for the use of continuous proportion and that can be articulated in the teaching of Mathematics. The research is characterized as documentary and uses the Theory of Objectivation to guide the construction of the task. Therefore, the elaboration of tasks based on this theory together with the interface can bring didactic possibilities for the teaching of mathematics. It was concluded, therefore, that the line of numbers for the use of continuous proportion makes it possible to deal with logarithmic, geometric progression and proportion issues, and there may be

1 *https://orcid.org/0000-0003-1982-714X - Mestra em Ensino de Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE). Docente do curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual do Ceará (UECE), Fortaleza, Ceará, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Silas Munguba, 1700, Itaperi, Fortaleza, Ceará, Brasil, CEP: 60714-903. E-mail: andressaa.santos@uece.br*

2 *https://orcid.org/0000-0002-3819-2381 - Doutora em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Docente adjunta do curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual do Ceará (UECE), Fortaleza, Ceará, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Silas Munguba, 1700, Itaperi, Fortaleza, Ceará, Brasil, CEP: 60714-903. E-mail: carolina.pereira@uece.br*

DOI: http://dx.doi.org/10.31512/encitec.v12i2.536

a relationship between these elements, transforming the future teacher's view of this mathematical knowledge.
Keywords: Interface between history and teaching, Objectification Theory, Continuous proportion.

1. Introdução

A história está cada vez mais presente em pesquisas que tratam de novos olhares acerca do ensino de Matemática, dessa forma, mencionam-se os estudos de Miguel e Miorim (2004); Baroni, Teixeira e Nobre (2011) e Chaquiam (2015). A aliança desses dois campos de investigação não é pauta recente nos estudos, contudo, uma nova abordagem está tomando espaço nacionalmente em relação a esse assunto, considerando a articulação da história, por meio de uma perspectiva historiográfica atualizada (FRIED, 2001; ROQUE, 2012; SAITO, 2015), com o ensino.

Para isso, faz-se necessária a construção de interface entre a história e o ensino de Matemática. Neste artigo, considerou-se a proposta discutida por Saito e Dias (2013), também abordada nos estudos de Saito (2016a) e Saito (2016b), que traz a história como uma provedora de recursos potencialmente didáticos através do processo de construção do conhecimento matemático e que incorpora, em sua essência, uma perspectiva historiográfica moderna.

Essa construção de aliança entre a história e o ensino é realizada na formação inicial e a maioria dos trabalhos que adotam essa perspectiva fazem uso de um instrumento matemático apresentado em um tratado histórico, como os de Alves e Pereira (2018); Pereira e Saito (2019) e Santos e Pereira (2021). Então, é feito um tratamento didático do documento e traçado um plano de ação para ser articulado com licenciandos de Matemática a partir de critérios trazidos por Silva e Pereira (2021).

Entretanto, um aspecto que ainda não está consolidado, nessa construção de interface, é uma proposta metodológica para nortear o desenvolvimento das ações que ela requer. Este estudo se pautou na Teoria da Objetivação (TO), que dá suporte às lacunas que essa proposta de interface possui, haja vista que há aspectos a serem considerados e um procedimento a ser adotado para a produção dos problemas, das tarefas e da atividade em um todo.

Nesse viés, escolheu-se o tratado *The description and vse of the Sector, the Crosse-staffe, and other instruments, for such as are studious of Mathematicall practice*[1], de autoria de Edmund Gunter (1581 – 1626), publicado em 1623, para ser estudado. Foi selecionado o instrumento[2] *Cross-staff*, especificamente, a escala dos números trazida nesse documento para o manuseio de proporção contínua, a fim de ser explorado como um potencial recurso didático para o ensino de Matemática.

---

[1] A versão desse tratado publicada em 1636 pode ser acessada através do link: https://archive.org/details/descriptionuseof00gunt/page/116/mode/2up.

[2] Por instrumento entende-se um recurso tecnológico antigo, que, se tratado adequadamente, pode ser levado à sala de aula (SCHEFFER; FINN; ZEISER, 2021).

DOI: http://dx.doi.org/10.31512/encitec.v12i2.536

Desse modo, foi realizado um tratamento didático do texto selecionado a respeito do manuseio da escala dos números para manipular proporção contínua, que foi disponibilizado em uma formação para licenciandos de Matemática. A intencionalidade era propiciar a mobilização de conhecimentos acerca de logaritmos e de sequências numéricas. Ressalta-se que o intuito deste estudo não é trazer uma discussão dos dados colhidos nessa formação, e sim de uma tarefa que foi aplicada.

Assim, este estudo objetiva discutir questões matemáticas que emergem a partir dos problemas propostos, relacionados à manipulação da escala dos números, para uso de proporção contínua e que podem ser articulados ao ensino de Matemática.

Destaca-se que este estudo é um recorte de uma pesquisa de mestrado, em que se selecionou apenas uma das manipulações da escala dos números desenvolvida por Edmund Gunter, para ser explorada por meio de uma tarefa que compunha uma atividade. Por se apropriar de tratado histórico, a pesquisa se caracteriza como documental, uma vez que é feita a análise de um texto original, ou seja, do tratado escrito por Gunter (1623) (CELLARD, 2012). Para este estudo, foi selecionada a parte que trata o instrumento *Cross-staff*, de forma específica, o primeiro livro desse excerto, no qual o autor descreve a escala dos números e seus usos gerais. Portanto, foi feita uma tradução do excerto escolhido do inglês antigo, século XVII, para o português.

Com isso, o artigo está dividido em sete partes. A primeira versa sobre os aspectos metodológicos referentes à pesquisa, tendo foco na TO. Em seguida, expõe-se a escala dos números disposta no *Cross-staff*, elaborado por Gunter (1623). Trata-se, posteriormente, das questões matemáticas envolvidas na escala dos números na manipulação da proporção contínua. Discorre-se sobre as tarefas que compõem uma atividade, logo após, é mostrada a tarefa três, escolhida para a discussão das questões matemáticas incorporadas na proporção contínua. Depois, é feito um tópico de fechamento da tarefa em relação à TO. Por fim, é apresentada a conclusão e o resultado do estudo.

2. Abordagem metodológica baseada na Teoria da Objetivação

A Teoria da Objetivação foi escolhida para este estudo, pois ela é uma teoria educacional voltada para problemas de ensino e aprendizagem (RADFORD; SCHUBRING; SEEGER, 2018). Ela preza pela

> *[...] educação matemática como um esforço político, social, histórico e cultural voltada para a criação dialética de sujeitos reflexivos e éticos que se posicionam criticamente em práticas matemáticas constituídas histórica e culturalmente, e que refletem sobre novas possibilidades de ação e pensamento (RADFORD, 2020a, p. 34, tradução nossa).*

Assim, foi desenvolvida uma atividade à luz da TO, que, segundo Moretti, Panossian e Radford (2018, p. 255), caracteriza-se

> *[...] por meio da atividade humana, o saber vai se materializar em algo sensível, em algo suscetível de ser pensado e de converter-se em objeto de consciência. A atividade é também importante na medida que é o elo entre o sujeito e a sua cultura.*

Desse modo, a atividade é um trabalho em conjunto, no qual os indivíduos tomam consciência de um potencial (saber), tornando-o conhecimento. Portanto, a atividade é realizada, na perspectiva da TO, em labor conjunto, em que se "[...] pressupõe que o conhecimento se revela por meio das interações entre os indivíduos, valorizando a alteridade, e com isso destacando a importância do papel de cada sujeito nesse processo, com estudantes e professores com papéis ativos nesse labor conjunto [...]" (PAIVA, 2019, p. 20). Logo, o papel do professor e dos alunos, no decorrer da atividade, é crucial, uma vez que eles são membros ativos no trabalho em conjunto que será realizado.

As tarefas da atividade desenhada pela TO se configuram como um "[...] conjunto de ações estruturadas, planejadas para serem vivenciadas na sala de aula e desenhadas para atingir determinada meta com a mobilização de determinados saberes" (PAIVA, 2019, p. 21). Por isso, cada tarefa tem um objetivo e mobiliza diferentes saberes, mas que convergem para um mesmo objeto.

A atividade tem um objeto, que se define por "[...] um objeto histórico-cultural, um objeto ideal, um saber que se revela à consciência dos alunos durante a atividade. O encontro com esse objeto é a entrada em um diálogo com a humanidade" (RADFORD, 2020b, p. 24, tradução nossa). Esse objeto permeia todos os problemas das tarefas, cada momento precisa de um objetivo, que, ao final, vai resultar no alcance do objeto e cada problema deve obedecer a uma cadeia de dificuldade, partindo-se do mais simples até concepções mais elaboradas do saber (RADFORD, 2015).

Na Teoria da Objetivação, "[...] o saber é definido como um sistema histórico e culturalmente constituído de processos de ação e reflexão corpóreos, sensíveis e materiais. Saber, conforme definido aqui, muda de cultura para cultura e ao longo do tempo" (RADFORD, 2018, p. 3, tradução nossa). À vista disso, o saber é um elemento potencial, uma possiblidade para o ensino de algum assunto matemático.

Já o conhecimento "[...] não é uma entidade subjetiva; é, como o saber, uma entidade histórico-cultural. É a materialização do saber" (RADFORD, 2020b, p. 25, tradução nossa). Dessa maneira, saber e conhecimento se diferem na visão da TO, ou seja, o conhecimento é o saber objetivado, com significado e consciência por parte do indivíduo.

Para este estudo, a TO foi utilizada para fornecer suporte para a produção de tarefas da atividade, para direcionar a postura da pesquisadora e para a análise dos dados frente a uma eventual aplicação da atividade. Neste artigo, a Teoria da Objetivação está presente na tarefa apresentada, consequentemente, nas ações e problemas expostos nela.

Particularmente, o artigo aborda, a partir de uma tarefa sobre proporção contínua, fundamentada na Teoria da Objetivação, em consonância com a interface entre história e ensino de Matemática, alguns saberes matemáticos (destaca-se que os saberes matemáticos referenciados neste estudo não se confundem com os delineados por Maurice Tardif e Lee

Shulman), que são articulados no manuseio da escala dos números nessa condição, a fim de que os licenciandos de Matemática possam compreender a natureza do conhecimento matemático.

3. A escala dos números de Edmund Gunter

O tratado de Edmund Gunter, que traz a descrição e o uso da escala dos números, foi publicado em 1623, intitulado *The description and vse of the sector, the cross-staffe and other instruments*... (SANTOS, 2021) (Figura 1). Nesse estudo, o autor retrata quatro instrumentos: Setor, *Cross-staff*, *Cross-bow* e Quadrante.

Figura 1 – Tratado de Gunter (Fonte: Gunter (1624, frontispício)).

A escala dos números faz parte de um conjunto de escalas, denominado de escalas das proporções, utilizadas para manusear proporções de diversos tipos (GUNTER, 1623). Esse apanhado de escalas é de sua autoria e é o diferencial do instrumento *Cross-staff*, que ele elaborou e no qual elas estão inscritas.

A descrição da escala dos números é apresentada na parte do tratado que aborda o *Cross-staff*, ela é inscrita no *staff* desse instrumento e construída a partir dos logaritmos decimais apresentados no documento *Logarithmorum Chilias Prima* (1617), elaborado por Henry Briggs (1561 – 1630), no qual apresenta várias tabelas logarítmicas (SANTOS; PEREIRA, 2021). Essa escala é manuseada com um compasso, por essa razão, há a representação de um *staff* e um compasso na imagem do homem que porta o *Cross-staff* no frontispício do tratado, como observa-se na Figura 2.

DOI: http://dx.doi.org/10.31512/encitec.v12i2.536

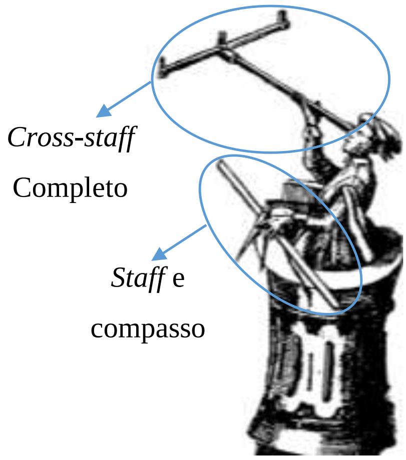

Figura 2 – Cross-staff (Fonte: Adaptado de Gunter (1623, frontispício)).

Assim, Gunter (1623, p. 2, tradução nossa) descreve que “a escala dos números anotada com a letra N é dividida desigualmente em 1000 partes e numerada com 1. 2. 3. 4. até 10”. As suas marcações são desiguais, como vê-se na Figura 3, pois correspondem aos 1000 primeiros logaritmos decimais elaborados por Briggs (1617), como indicado por Gunter (1623, p. 4, tradução nossa), que diz que “a escala de números pode ser inserida no primeiro Chiliad Logarithmes do Sr. Briggs [...]”.

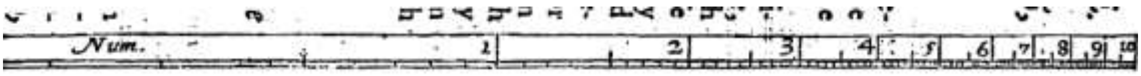

Figura 3 – Escala dos números (Fonte: Gunter (1623, p. 31)).

A construção dessa escala e de outros instrumentos, nos séculos XVI e XVII, decorre de incentivos, por parte da monarquia e da burguesia inglesa, a estudos voltados para a Matemática prática, comércio, Astronomia, agrimensura, fortificação, artilharia e navegação. Gunter (1623) apresenta diversos usos dessa escala relacionados a essas práticas em destaque, principalmente, em Londres (COMARCK, 2017; FEINGOLD, 1984).

Por mais que essa escala esteja no instrumento *Cross-staff*, ela é utilizada com o auxílio do compasso, ou seja, ele serve para registrar a distância entre dois números, procedimento comum ao utilizar essa escala, que incorpora conhecimentos sobre logaritmos.

Após a descrição da escala, Gunter (1623) relata suas utilizações gerais, como manipular proporção contínua, obter a média proporcional, achar a raiz quadrada e cúbica de um número, encontrar duas médias proporcionais, multiplicar e dividir números, entre outros usos. Neste artigo, exploramos a manipulação da proporção contínua.

4. Elementos matemáticos da proporção contínua manipulada pela escala dos números

O primeiro uso, que Gunter (1623) traz sobre a escala dos números, é o da proporção contínua. Obedece, assim, uma sequência de ideias matemáticas necessárias para a manipulação dessa escala nos outros usos, visto que essa utilização é a mais elementar e o seu princípio é usado nos demais manuseios, como na média proporcional, que é o segundo manuseio apresentado pelo autor.

DOI: http://dx.doi.org/10.31512/encitec.v12i2.536

Gunter (1623, p. 18, tradução nossa) enuncia o uso da proporção contínua da seguinte maneira: "tendo dois números dados, para encontrar um terço em proporção contínua, um quarto, um quinto e assim por diante". Logo após, ele descreve como deve ser feito o manuseio para encontrar esses termos, por conseguinte, é necessário que se "estenda o compasso do primeiro número para o segundo; então você pode transformá-los do segundo para o terceiro, e do terceiro para o quarto, e assim por diante".

Em seguida, o autor traz um exemplo para esse uso: "deixe os dois números dados serem 2 e 4, estenda o compasso de 2 para 4, então você poderá transformá-los de 4 para 8, e de 8 para 16, e de 16 para 32, e de 32 para 64 e de 64 para 128" (GUNTER, 1623, p. 18, tradução nossa). Portanto, há dois passos para obter, por exemplo, um terço proporcional. O primeiro passo é estender o compasso com a ponta seca no número 2 marcado na escala até o número 4, obtendo-se o registro no compasso da distância entre 2 e 4, como mostra a Figura 4 no segmento destacado em vermelho.

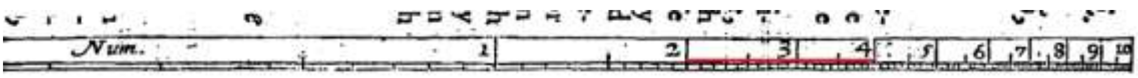

Figura 4 – 1º passo (Fonte: Adaptada de Gunter (1623, p. 31)).

O segundo passo, para obter um terço em proporção contínua, é manter a distância de 2 e 4 registrada no compasso e posicionar a ponta seca no 4, desse modo, encontra-se um terço proporcional na outra marcação que a ponta do compasso cair, obtendo-se o número 8, como se observa na Figura 5.

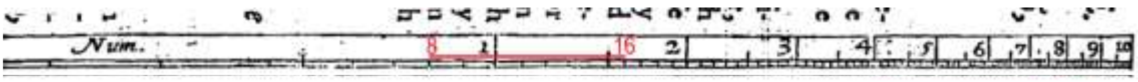

Figura 5 –Um terço em proporção contínua (Fonte: Adaptada de Gunter (1623, p. 31)).

Considerando o exemplo de Gunter (1623), com os mesmos números dados anteriormente, 2 e 4, um terço proporcional é 8. Para encontrar um quarto, basta seguir os passos anteriores, em particular, considerando a mesma distância entre 2 e 4; posicionando-se a ponta seca no 8, o próximo proporcional cai fora da escala, entretanto, há a marcação do número 8 no início, é nela que se posiciona o compasso e, ao verificar-se o número encontrado, considera-se não mais 1,6, e sim 16, haja vista que a escala, a partir da marcação 1, foi multiplicada por 10 por causa do procedimento de encontrar o 8 no início (Figura 6).

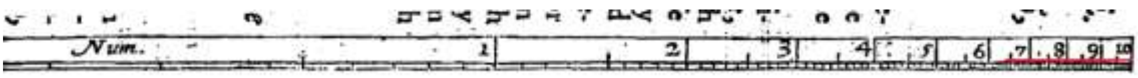

Figura 6 – Um quarto em proporção contínua (Fonte: Adaptada de Gunter (1623, p. 31)).

Para obter os demais proporcionais, opera-se de maneira análoga à anterior, contudo, Gunter (1623, p. 18, tradução nossa) explica que "[...] se um pé do compasso estiver definido como 64, o outro cair fora da escala, você pode configurá-lo para outro 64 mais próximo do início da escala [...]". Em outras palavras, se um número estiver fora das marcações da escala, pode-se encontrá-lo no início. Para reconfigurar um outro 64 para o começo da escala, é preciso centrar a ponta seca do compasso na marcação 100, pois a escala foi multiplicada por 10, como dito anteriormente, e a outra ponta em 64. Conservando-se a distância entre 100 e 64, fixa-se a ponta seca do compasso no 100 do começo da escala, já que se retornou para o início da escala,

DOI: http://dx.doi.org/10.31512/encitec.v12i2.536

logo, ela foi multiplicada por 10 novamente e a outra ponta marca um outro 64, como mostra o procedimento na Figura 7.

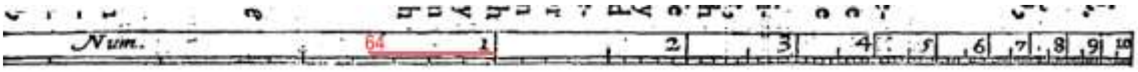

Figura 7 – Reconfigurar um número para o começo da escala (Fonte: Adaptada de Gunter (1623, p. 31)).

Reconfigurando-se o 64 para o começo da escala, deve-se multiplicá-la novamente por 10, assim, para encontrar a próxima proporcional, basta realizar os procedimentos anteriores, achando-se, aproximadamente, o número 128 na escala (Figura 8).

Figura 8 – Um sétimo em proporção contínua (Fonte: Adaptada de Gunter (1623, p. 31)).

Essa ideia de proporção contínua, usando-se a escala dos números, está ancorada na característica intrínseca a ela, os logaritmos. Dessa forma, tendo em vista os números dados 2 e 4, o compasso registra a distância entre esses dois números, portanto, tem-se

$$log\,4 - log\,2 = log\frac{4}{2} = log\,2 \quad (1)$$

Esse procedimento se justifica a partir do tratado *Arithmetica logarithmica*, em que Briggs (1628, p. 19, tradução nossa) afirma que "se o logaritmo do denominador for retirado do logaritmo do numerador, permanece o logaritmo da fração". Dessa maneira, a distância entre 2 e 4 corresponde ao logaritmo de 2. Por isso, para obter-se a terceira proporcional, é preciso somar à proporcional anterior, 4, o logaritmo de 2, tem-se que

$$log\,4 + log\,2 = log\,4 \cdot 2 = log\,8 \quad (2)$$

A soma de logaritmos se evidencia pela proposição de Briggs (1628, p. 2, tradução nossa), na qual ele ressalta que "o logaritmo do produto é igual aos logaritmos". Destaca-se que vale a recíproca, justificando-se, destarte, a equação anterior.

Com esse procedimento, é possível encontrar um terço em proporção contínua que equivale a 8, um quarto correspondente a 16 e assim por diante, o procedimento matemático incorporado é análogo, ou seja, para achar a quarta e quinta proporcional, segue-se

$$\log 8 + \log 2 = \log 8 \cdot 2 = \log 16$$

$$\log 16 + \log 2 = \log 16 \cdot 2 = \log 32 \quad (3)$$

Gunter (1623, p. 18-19, tradução nossa) acrescenta que

> *[...] se os dois primeiros números dados fossem 10 e 9: estenda o compasso de 10 no final da escala, de volta para 9, então você poderá transformá-los de 9 para 8,1 e de 8,1 para 7,29. E assim, se os dois primeiros números dados fossem 1 e 9, o terceiro seria 81, o quarto 729, com a mesma extensão do compasso.*

Nessa manipulação, considerando como sendo números dados o 10 e o 9, obtém-se uma proporção contínua decrescente, com um terço sendo 8,1, um quarto 7,29. Matematicamente, observa-se que

$$log\, 9 - log\, 10 = log\, 9/10 = log\, 0{,}9 \tag{4}$$

Com isso, na manipulação, para obter um terço em proporção contínua, tem-se

$$log\, 9 + log\, 0{,}9 = log\, 9 \cdot 0{,}9 = log\, 8{,}1 \tag{5}$$

Já para obter um quarto em proporção contínua, o procedimento é análogo ao anterior. Constata-se que, nesse exemplo proposto por Gunter (1623), os números estão em uma sequência decrescente, visto que a proporção contínua, no caso dos números dados 10 e 9, corresponde ao logaritmo de 0,9.

Esse é o procedimento matemático que está assimilado à escala no manuseio da proporção contínua para obter outros proporcionais quando se tem dois números dados. Percebe-se, então, muitos saberes matemáticos mobilizados nesse uso da escala, que serão explorados nas sessões seguintes.

5. A atividade

A atividade desenvolvida tem sete tarefas, que foram produzidas com plano de fundo ambientado no contexto londrino do século XVII, em que foi montada uma situação na qual os licenciandos estivessem na Biblioteca Nacional do Rio de Janeiro, no ano de 2019, realizando uma atividade da disciplina de História da Matemática, juntamente à docente. Nessa visitação, o grupo de estudantes se deparou com o tratado de Edmund Gunter, "*The description and vse of the Sector, the Crosse-staffe, and other instruments, for such as are studious of Mathematicall practise*" e, ao lado desse documento, encontrava-se uma porta, que os discentes abriram e foram transportados no tempo e no espaço para Londres, no ano de 1624.

Desse modo, as tarefas foram desenvolvidas com temáticas diferentes (Quadro 1), mas que culminavam em um mesmo objeto delimitado com base nos documentos oficiais. Portanto, determinou-se como objeto, segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a habilidade (EM13MAT508) de "identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas" (BRASIL, 2018, p. 541).

Quadro 1 – Panorama das tarefas

Tarefas	Objeto	Temática
1	Pensamento sobre sequências numéricas	Ambientação sobre o contexto de elaboração do tratado de Gunter (1623)
2		Estudo inicial sobre o instrumento *Cross-staff* e a escala dos números
3		Entendimento sobre a manipulação da escala dos números para o uso de proporção contínua
4		Aplicação do uso da escala dos números para proporção contínua em uma situação histórica

DOI: http://dx.doi.org/10.31512/encitec.v12i2.536

5		Entendimento sobre a manipulação da escala dos números para o uso de média proporcional
6		Aplicação do uso da escala dos números para média proporcional em uma situação histórica
7		Sistematização das ideias matemáticas mobilizadas no decorrer das demais tarefas

Fonte: Elaborado pelas autoras.

A primeira tarefa, relacionada à ambientação, estava associada à familiarização com o contexto de elaboração do tratado "*The description and vse of the Sector, the Crosse-staffe, and other instruments*...", sendo os licenciandos convidados a conhecer o frontispício do documento e traçar aspectos contextuais a partir dele. Já a segunda tarefa teve como foco o estudo inicial do tratado, do instrumento *Cross-staff* e da escala dos números. Assim, os discentes puderam explorar a relação do contexto delimitado na tarefa anterior, considerando o instrumento e a escala dos números.

Por meio disso, na terceira tarefa, os discentes começaram a se aprofundar no manuseio da escala dos números, juntamente com o compasso. O primeiro uso a ser estudado é o da proporção contínua, conforme as orientações de Gunter (1623).

A tarefa seguinte estava diretamente vinculada com a anterior, haja vista que ela se apropria do uso da proporção contínua na escala dos números e traz problemas de ordem prática, para que os licenciandos possam resolver movimentando os conhecimentos adquiridos previamente.

A quinta tarefa abordou a manipulação da média proporcional, obedecendo a um andamento de dificuldade crescente entre as tarefas e os problemas e ações requeridas em cada uma. Dessa forma, os discentes foram levados a estudar o uso da escala dos números para encontrar uma média proporcional.

Após a apropriação da manipulação da escala para encontrar uma média proporcional, seguindo as instruções de Gunter (1623), a tarefa seis tratava de problemas de natureza prática que demandavam a mobilização de conceitos sobre proporção contínua e média proporcional, uma vez que eles estão diretamente relacionados.

A última tarefa requeria que os licenciandos retomassem os saberes matemáticos mobilizados no decorrer da atividade, sistematizando-os e formalizando-os com base nos conteúdos abordados em livros utilizados no Ensino Superior. Para este artigo, selecionou-se a tarefa três, a fim de explorar as suas possibilidades didáticas para o ensino de Matemática.

6. Possibilidades didáticas a partir do estudo de proporção contínua por meio da escala dos números

O cenário proposto na tarefa três, para o estudo da proporção contínua, foi a oficina de instrumentos de Elias Allen (1588 – 1653), em que o artesão solicita que o grupo estude o excerto do tratado de Gunter (1623), que aborda sobre a proporção contínua, com a finalidade de que a equipe resolva problemas práticos, em Londres, com o auxílio da escala dos números. Indo, assim, ao encontro do que é proposto pela TO, possibilitando aos alunos um envolvimento aprofundado quanto à ambientação em um período histórico no qual o tratado foi produzido e que envolve saberes próprios do período (RADFORD, 2021).

Como ressaltado anteriormente, as tarefas um e dois balizaram os conhecimentos prévios que os discentes necessitariam para resolver os problemas propostos na tarefa três, atendendo a ordem de dificuldade e também seguindo os pressupostos da TO, uma vez que foram levados em consideração os conhecimentos com os quais os alunos já tinham familiaridade (RADFORD, 2015; 2021). No Quadro 2, é possível ver os enunciados dos problemas da tarefa proposta.

Quadro 2 – Problemas da tarefa sobre proporção contínua

Problemas	**Enunciados**
1	A partir da leitura e da discussão, com seu grupo, das ideias centrais do texto, procurem entender o uso da escala dos números para a manipulação da proporção contínua, manuseando-a com o auxílio do compasso. Anotem suas impressões.
2	Qual o significado do trecho: “tendo dois números dados para encontrar um terço em proporção contínua, um quarto, um quinto e assim por diante” associado ao manuseio da escala dos números? Com base na vivência como futuros professores de Matemática, principalmente, advinda do uso dos livros didáticos na Educação Básica, esses termos são utilizados na Matemática moderna?
3	A partir da manipulação da escala e das discussões em equipe, expliquem a passagem: “[...] se um pé do compasso estiver definido como 64, o outro cair fora da escala, você pode configurá-lo para outro 64 mais próximo do início da escala [...]”. Após a explicação da citação, o que se entende por configurar um número para o início da escala?
4	No manuseio da escala dos números para o uso de proporção contínua, quais conhecimentos matemáticos foram mobilizados? Descrevam, no mínimo, cinco conhecimentos, associando-os aos movimentos realizados com a escala dos números e o compasso. Para facilitar a organização das ideias, preencham o quadro em anexo.

Fonte: Elaborado pelas autoras.

A primeira ação dessa tarefa, como enunciado no Quadro 2, possibilita que os licenciandos tenham um contato inicial com a escala para esse manuseio, no entanto, não se delimitou uma execução específica nessa parte da tarefa. O intuito é promover uma visão geral sobre esse uso da escala dos números a partir do excerto do tratado, que aborda a proporção contínua.

Nesse momento, os discentes ficam livres para explorar o uso da proporção contínua com o compasso, levantar questionamentos acerca do processo matemático agregado à escala nessa manipulação e tentar manuseá-la para obter um terço, um quarto e um quinto em proporção contínua.

No segundo problema, há uma citação do próprio Gunter (1623), referente ao uso da proporção contínua. Essa questão requer um entendimento maior sobre o procedimento ao considerar dois números em uma proporção contínua na escala, haja vista que, nessa situação, o licenciando deve compreender o que significa encontrar um terço, um quarto e um quinto, manuseando a escala em proporção contínua.

Nesse processo de encontrar o próximo proporcional obedecendo-se a uma proporção contínua, tendo os números dados 2 e 4, mobilizam-se saberes sobre progressão geométrica, uma vez que um terço, um quarto e um quinto em proporção contínua correspondem, respectivamente, a 8, 16 e 32 nesse caso e têm como razão 2.

Além disso, os discentes podem revisitar o assunto de proporção e levantar questionamentos sobre o processo que não está explícito na escala, o conhecimento sobre logaritmos, explorado na tarefa dois, em que é proposto um estudo sobre a escala dos números e a sua construção, e a associação desse conteúdo com proporção, podendo relacionar esses dois temas, que, na Educação Básica, são vistos separadamente, conforme a organização do ensino.

O terceiro problema traz uma questão específica em que se deve transformar um número para o início da escala; foi apresentado, na sessão quatro, como esse processo ocorre na escala. Quando é preciso reconfigurar um número para o começo, há a recapitulação de propriedades logarítmicas ao transformar o número 64, exemplo explorado anteriormente, para outro 64 no começo da escala; o licenciando deve ter consciência que a distância deve ser a mesma de 100 para 64 e de 100 para um outro 64 no início da escala, como visto na Figura 7. Ao realizar esse processo, movimenta-se outro saber matemático, uma vez que os números da escala são multiplicados por 10 para manter a ordem dos números da proporção contínua admitida, ou seja, 2 e 4.

Nesse caso, percebe-se a noção de classe de números sendo aplicada à escala de forma natural e a multiplicação por 10 ao reconfigurar um número para o início, além dos conhecimentos sobre logaritmo, pois considerando um 64 no começo e mantendo a proporção dada pelos números 2 e 4, a próxima proporcional seria 12,8 se a escala não fosse multiplicada por 10. Dessa maneira, ao manusear a escala para obter o próximo proporcional de 64, particularmente, tem-se 128.

O último deles, isto é, o quarto problema, tem o intuito de sistematizar as ideias matemáticas utilizadas e revisitadas pelos licenciandos ao manipularem a escala dos números pelos passos sugeridos por Gunter (1623), dados dois números em uma proporção contínua. Esse processo faz parte da cadeia de objetivos estipulados, da intencionalidade e da sequência de dificuldade que engloba aspectos da interface e da Teoria da Objetivação, para que os discentes reconheçam e tenham consciência sobre os saberes matemáticos utilizados nessa situação.

DOI: http://dx.doi.org/10.31512/encitec.v12i2.536

Assim, os alunos são instigados a apontarem os saberes matemáticos que foram recapitulados e revisitados, evidenciando-os por meio do movimento do compasso, juntamente com a escala. Nessa etapa da tarefa, os licenciandos se apropriam da manipulação da escala e são capazes de verificar essas concepções matemáticas, haja vista que os problemas anteriores necessitam de uma maturação de ideias no decorrer dos níveis de dificuldade de cada um.

Diante disso, é possível que os licenciandos relembrem e sintetizem noções matemáticas que, muitas vezes, não são exploradas na sua formação, mas que são assuntos presentes na Educação Básica. Pode-se citar, como possibilidade didática, o conhecimento sobre logaritmos, que não é visto na graduação da forma como se aplica na Educação Básica, muito menos associado à proporção, como no caso da escala dos números.

Entretanto, é importante destacar que as possibilidades destacadas, em cada problema da tarefa três, não são únicas, essas são algumas ideias que podem ser potenciais para o ensino de Matemática, contudo, não são exclusivas e nem pré-determinadas, visto que, na aplicação dessas tarefas, podem surgir outros saberes e novas potencialidades, bem como podem se confirmar as que foram expostas aqui.

Dessa forma, os discentes, em sua formação, podem ter visões diferentes sobre como ensinar logaritmos, progressão geométrica e proporção e ter subsídios para relacionar essas noções matemáticas. Tendo em vista a relação entre esses assuntos, pode-se levar esse futuro professor à autonomia de propor, em sua sala de aula, uma nova abordagem sobre esses saberes.

7. Reflexões didáticas da tarefa à luz da TO

Foi escolhida, para a construção da atividade proposta pela interface, a Teoria da Objetivação, a qual dá subsídios para se formular tarefas que compõem uma atividade, que pode estar pautada em processos históricos. Conforme essa teoria, são realizadas tarefas em grupo, valorizando o labor conjunto, encadeadas e com ordem crescente de dificuldade, focadas em promover a objetivação de um conhecimento mobilizado pelo aluno.

A aplicação da atividade em grupo possibilita que os discentes contribuam com a formação uns dos outros a partir da bagagem social e cultural de cada um para resolução dos problemas propostos. É necessário destacar, também, a importância do professor nesse processo, uma vez que ele está inserido no labor conjunto, não transmitindo conhecimento ou fornecendo respostas aos alunos, mas instigando discussões e promovendo reflexões que auxiliem no processo de objetivação.

Por exemplo, no problema três, ao se questionar como reconfigurar um número para o começo da escala, é importante que o professor esteja atento às discussões do grupo ao fazer esse processo e levante questionamentos, como: "qual a garantia que a posição encontrada, referente a um novo 64 no começo da escala, é verdadeira"? Essa questão promove uma reflexão que não está explícita na escala, mas é intrínseca a ela, o saber relacionado aos logaritmos. Assim, essa tarefa pode retornar discussões riquíssimas se conduzida de forma a construir o conhecimento com o discente.

DOI: http://dx.doi.org/10.31512/encitec.v12i2.536

Nesse sentido, o saber, em particular, a potencialidade da escala dos números em relação à manipulação da proporção contínua, é lapidado a partir do processo de objetivação por intermédio do labor conjunto entre alunos e docente. É possível que o saber de um determinado assunto matemático mobilizado não se materialize em conhecimento sobre o mesmo aspecto.

No caso de transformar um número para outro no começo da escala, mobilizam-se saberes acerca de multiplicação e divisão por 10, entretanto, a objetivação através desse processo pode resultar em assimilação do conhecimento sobre logaritmos, enfatizando a ideia de que a objetivação é um processo vivo, que se dá por meio do labor conjunto.

Ao traçar as hipóteses de potencialidades da tarefa, o pesquisador/professor tem uma visão geral do que, provavelmente, os alunos, participantes ativos do trabalho em conjunto, vão movimentar no decorrer da atividade e, portanto, pode delimitar um objeto a ser alcançado no final.

Desse modo, enfatiza-se a importância do desenho da atividade e do método de aplicação dela, haja vista que esses elementos vão impactar diretamente no produto desejado da atividade (a tomada de consciência do objeto delimitado). Logo, é fundamental que o estudo do tratado e do instrumento, no âmbito contextual e epistemológico, seja bem desenvolvido, para que, dessa forma, o pesquisador/docente tenha artifícios para montar as hipóteses de saber mobilizadas na aplicação, usando-se um recurso histórico.

A ordem de dificuldade dos problemas, proposta pela TO, também tem papel primordial, nesse caso, começando-se por uma ação simples, que é tentar manusear a escala seguindo os passos expostos por Gunter (1623), perpassando por situações particulares da proporção contínua de reconfigurar um número para o começo da escala até, por fim, sistematizar os saberes matemáticos mobilizados no processo de manuseio, o qual transcorre por todos os problemas propostos nessa tarefa, reforça e dá significado ao objeto delimitado para a atividade por meio dos saberes matemáticos mobilizados.

Percebe-se, então, que a Teoria da Objetivação investe e dá suporte a todas as fases da atividade, desde o esboço das possibilidades matemáticas, articuladas por meio da sua aplicação, até o processo de efetiva objetivação do sujeito, podendo ser aliada à interface entre história e ensino, de modo a complementá-la.

8. Considerações finais

A história pode ser inserida no ensino de Matemática através de uma construção de interface que vincule essas duas áreas de conhecimento. Adotou-se, para isso, a proposta de Saito e Dias (2013), que propõem uma articulação que promova uma reflexão sobre a construção do saber matemático.

Nesse cenário, elegeu-se a Teoria da Objetivação para fornecer os procedimentos para a produção de uma atividade composta por tarefas em concordância com a interface entre história e ensino admitida. À vista disso, fez-se uso do tratado *The Description and vse of the Sector, the Crosse-Staffe, and Other Instruments, for such as Are Studious of Mathematicall*

DOI: http://dx.doi.org/10.31512/encitec.v12i2.536

Practise, particularmente, da manipulação da proporção contínua, por meio da escala dos números inscrita no *staff* do instrumento *Cross-staff*, apresentado nesse documento.

Nessa circunstância, apresentou-se a escala dos números e as questões matemáticas percebidas no seu manuseio para encontrar um terço, um quarto e um quinto em proporção contínua no contexto dos passos expostos no tratado de Gunter (1623). Portanto, foram discutidas as tarefas compostas, que culminarem em uma específica, a tarefa três, que trata sobre a proporção contínua; trazendo-se, posteriormente, os aspectos do saber matemático incorporado e emergido a partir da manipulação da escala os números para o caso da proporção contínua em problemas propostos em uma tarefa pautada na TO, em concordância com a interface entre história e ensino.

Com base nesses apontamentos, nesses esclarecimentos e nessa discussão, alcançou-se, dessa forma, o objetivo proposto de discutir as questões matemáticas que emergem a partir dos problemas da tarefa sobre a manipulação da escala dos números para uso de proporção contínua, que podem ser articuladas ao ensino de Matemática. Foi visto que, por mediação da tarefa, pode-se mobilizar os saberes sobre proporção, logaritmos e suas propriedades, classe de números e multiplicação por 10.

Contudo, destaca-se que os saberes percebidos, expressos e discutidos aqui não são os únicos que podem emergir com a manipulação da proporção contínua com a escala dos números. Por intermédio de outras tarefas e situações, outros saberes matemáticos podem ser articulados nessa manipulação com essa escala.

Vale ressaltar que o acordo e a mediação entre interface, em uma historiografia atualizada, e Teoria da Objetivação é uma aproximação recente, que necessita de mais aprofundamento em suas questões fundantes. Mas que, de fato, pode ser uma opção para preencher lacunas que a interface deixa, como a metodológica.

Assim, a temática deste estudo precisa de aprofundamento quanto à proposta de construção de interface entre história e ensino por meio de um recurso potencialmente didático, juntamente à Teoria da Objetivação, no entanto, apresentou-se uma opção de aliança entre esses dois aspectos.

9. Referências

ALVES, V. B.; PEREIRA, A. C. C. O instrumento "círculos de proporção" exposto na obra de William Oughtred (1633): um elemento na interface entre história e ensino de matemática. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**, São Paulo, v. 7, n. 2, p. 89-108, 11 set. 2018. Disponível em: http://revistas.pucsp.br/pdemat/article/view/39043. Acesso em: 11 maio 2020.

BARONI, R. L.; TEIXEIRA, M. V.; NOBRE, S. R. História da Matemática em contextos da Educação Matemática: contribuições do GPHM. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p.153-171, dez. 2011. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/5742. Acesso em: 17 jul. 2019.

DOI: http://dx.doi.org/10.31512/encitec.v12i2.536

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRIGGS, H. **Arithmetica Logarithmica**. London: William Jones,1628.

CELLARD, A. A Análise Documental. In: POUPART, J. et al. **A pesquisa qualitativa**: enfoques epistemológicos e metodológicos. Petrópolis: Vozes, 2012.

CHAQUIAM, M. **História da matemática em sala de aula**: proposta para integração aos conteúdos matemáticos. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

CORMACK, L. B. Introduction: practical mathematics, practical mathematicians, and the case for transforming the study of nature. In: CORMACK, L. B.; WALTON, S. A.; SCHUSTER, J. A. **Mathematical Practitioners and the Transformation of Natural Knowledge in Early Modern Europe**. Cham: Springer, 2017.

FEINGOLD, M. **The mathematicians' apprenticeship: science, universities and society in england**. Cambridge: Cambridge University Press, 1984.

FRIED, M. N. Can mathematics education and history of mathematics coexist? Science & Education. **Science And Education**, [S.L.], v. 10, n. 4, p. 391-408, 2001. Springer Science and Business Media LLC. http://dx.doi.org/10.1023/a:1011205014608.

GUNTER, E. **The Description and vse of the Sector, the Crosse-Staffe, and other Instruments, for such as Are Studious of Mathematicall Practise**. London: William Jones, 1623.

GUNTER, E. **The Description and vse of the Sector, the Crosse-Staffe, and other Instruments, for such as Are Studious of Mathematicall Practise**. London: William Jones, 1624.

HIGTON, R. K. **Elias Allen and the Role of Instruments in Shaping the Mathematical Culture of Seventeentli-Century England**. 1996. 329 f. Tese (Doutorado) - Curso de Doctor Of Philosophy (phd), Department Of The History And Philosophy Of Science, University Of Cambridge, Cambridge, 1996. Disponível em: https://doi.org/10.17863/CAM.16170. Acesso em: 31 maio 2020.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na Educação Matemática**: propostas e desafios. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

MORETTI, V. D.; PANOSSIAN, M. L.; RADFORD, L. *Luis Radford*-Questões em torno da Teoria da Objetivação. **Obutchénie. Revista de Didática e Psicologia Pedagógica**, p. 251-272, 2018.

PAIVA, J. P. A. A. **A teoria da objetivação e o desenvolvimento da orientação espacial no ensino-aprendizagem de geometria**. 2019. 209 f. Tese (Doutorado) - Curso de Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2019.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. A reconstrução do Báculo de Petrus Ramus na interface entre história e ensino de matemática. **Revista Cocar**, [s.l.], v. 13, n. 25, p. 342-372, fev. 2019. Universidade do Estado do Para. http://dx.doi.org/10.31792/rc.v13i25. Disponível em: https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar/article/view/2164. Acesso em: 20 maio 2019.

RADFORD, L. Methodological aspects of the theory of objectification. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 8, n. 18, 2015.

RADFORD, L.; SCHUBRING, G.; SEEGER, F. A Teoria da Objetivação e seu lugar na pesquisa sociocultural em Educação Matemática. Vanessa, MORETTI; Wellington, CEDRO. **Educação Matemática e a Teoria Histórico-Cultural***:* Um olhar sobre as pesquisas. Campinas: Mercado de Letras, p. 229-261, 2018.

RADFORD, L. Saber, aprendizaje y subjetivación en la Teoría de la Objetivación. **Anais do 5° Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática: 5º SIPEMAT**. Belém, p. 1-22, 2018.

RADFORD, L. El aprendizaje visto como saber y devenir: una mirada desde la teoría de la objetivación. **REMATEC**, v. 15, n. 36, p. 27-42, 2020a.

RADFORD, L. ¿Cómo sería una actividad de enseñanza-aprendizaje que busca ser emancipadora? La labor conjunta en la teoría de la objetivación. **RECME-Revista Colombiana de Matemática Educativa**, v. 5, n. 2, p. 15-31, 2020b.

RADFORD, L. **The Theory of Objectification**: a vygotskian perspective on knowing and becoming in mathematics teaching and learning. [S.I.]: Brill, 2021.

ROQUE, T. **História da matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SAITO, F.; DIAS, M. da S. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência & Educação (bauru)**, [s.l.], v. 19, n. 1, p.89-111, 2013. FapUNIFESP (SciELO). http://dx.doi.org/10.1590/s1516-73132013000100007. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/236009323_Interface_entre_historia_da_matematica_e_ensino_uma_atividade_desenvolvida_com_base_num_documento_do_seculo_XVI>. Acesso em: 31 jul. 2019.

SAITO, F. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

SAITO, F. CONSTRUINDO INTERFACES ENTRE HISTÓRIA E ENSINO DA MATEMÁTICA. **Ensino de Matemática em Debate**, São Paulo, p. 3-19, 2016a. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/29002. Acesso em: 15 ago. 2018.

SAITO, F. História e Ensino de Matemática: construindo interfaces. In: SALAZAR, J. F.; GUERRA, F. U. (ed.). **Investigaciones en Educacion Matemática**. Lima: Fondo Editorial Pucp, 2016b. p. 253-291.

SANTOS, A. G. dos; PEREIRA, A. C. C. Descrição das escalas do Cross-Staff (1623) de Edmund Gunter. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática, [S.L.], v. 8, n. 23, p. 707-720, 17 jun. 2021. **Boletim Cearense de Educacao e Historia da Matematica - BOCEHM**. http://dx.doi.org/10.30938/bocehm.v8i23.4922. Disponível em: https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/4922. Acesso em: 19 jun. 2021.

SANTOS, A. G.; PEREIRA, A. C. C. Questões didáticas envolvendo as escalas do Cross-Staff (1623) elaborado por Edmund Gunter. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**, São

Paulo, v. 10, n. 1/2, p. 105-118, out. 2021. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/pdemat/article/view/55019. Acesso em: 05 out. 2021.

SANTOS, A. G. dos. Instrumentos matemáticos contidos no tratado de Edmund Gunter (1623). In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 14., 2021, Uberaba. **Anais [...]**. Uberaba: Sbhmat, 2021. p. 1-13.

SCHEFFER, N.; FINN, G.; ZEISER, M. H. Tecnologias digitais na área de matemática da política educacional da BNCC: reflexões para o ensino fundamental. **Ensino de Ciências e Tecnologia em Revista – Encitec**, [S.L.], v. 11, n. 2, p. 119-131, 9 jul. 2021. Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missoes. http://dx.doi.org/10.31512/encitec.v11i2.440.

SILVA, I. C. da; PEREIRA, A. C. C. Definições e Critérios para o Uso de Textos Originais na Articulação entre História e Ensino de Matemática. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, [S.L.], v. 35, n. 69, p. 223-241, jan. 2021. FapUNIFESP (SciELO). http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n69a11. Disponível em: https://www.scielo.br/j/bolema/a/GKJzc6LWtwPNkz8d98cvyGG/abstract/?lang=en. Acesso em: 19 abr. 2021.