DOI: http://dx.doi.org/10.31512/encitec.v13i3.447

INTERPRETANTES EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

INTERPRETANTS IN MATHEMATICAL MODELING ACTIVITIES

Ariely Aparecida Caruzo [1], Michele Regiane Dias Veronez [2]

Recebido: junho/2021 Aprovado: setembro/2023

Resumo: A partir do entendimento de que a Modelagem Matemática está associada à busca por uma solução para um problema e que, nessa busca, é requerido o uso de um conjunto de procedimentos, trazemos uma discussão em torno de duas atividades de modelagem matemática que foram desenvolvidas no âmbito de um projeto de Iniciação Científica, o qual se fundamenta na ideia de que a integração de recursos tecnológicos à Modelagem Matemática para além de favorecer mobilização de conhecimentos diversos, promove geração de signos. São sobre esses signos, produzidos ao longo de atividades de modelagem matemática, que direcionamos o nosso olhar. Contudo, a nossa interpretação sobre signo segue apoiada na teoria semiótica peirceana; de que o signo é algo que representa alguma coisa a alguém. Para discutir acerca de aspectos relacionados a tal produção de signos (interpretantes), mediada pela tecnologia, evidenciamos os signos (interpretantes) que seguem atrelados ao exercício de busca por uma resposta para o problema em estudo. Como resultados inferimos que os interpretantes produzidos manifestam (des)conhecimentos e ganham conotações diferentes (imediato, dinâmico e final), sempre relacionados ao que representam ou provocam no intérprete.
Palavras-chave: Modelagem Matemática, GeoGebra, Interpretantes.

Abstract: From the understanding that Mathematical Modeling is associated with the search for a solution to a problem and that, in this search, the use of a set of procedures is required, we bring a discussion around two mathematical modeling activities that were developed in the scope of a Scientific Initiation project, which is based on the idea that the integration of technological resources to Mathematical Modeling, besides promoting the mobilization of diverse knowledge, promotes the generation of signs. It is about these signs, produced through mathematical modeling activities that direct our gaze. However, our interpretation of sign is still supported by Peirce's semiotic theory; that the sign is something that represents something to someone. To discuss about aspects related to such production of signs (interpretants), mediated by technology, we highlight the signs (interpretants) that follow linked to the exercise of searching for an answer to the problem under study. As results we infer that the interpretants produced configure (un)knowledge manifest and gain different connotations (immediate, dynamic and final), always related to what they represent or provoke in the interpreter.
Keywords: Mathematical Modeling, GeoGebra, Interpreters.

1. Introdução

Durante toda sua história a educação foi marcada pelo desenvolvimento de diferentes abordagens pedagógicas. Na Educação Matemática, as discussões relacionadas ao ensino e aprendizagem de Matemática abriu caminho para as denominadas Tendências em Educação Matemática. Entre elas encontra-se a Modelagem Matemática, foco de nosso interesse no

1 *https://orcid.org/0000-0003-2937-4877 – Graduanda em Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR – Campus Apucarana. Bolsista de Iniciação Científica pelo CNPq. Apucarana, Paraná, Brasil. E-mail: arielycaruzo@outlook.com*

2 *https://orcid.org/0000-0001-9464-1498– Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela UEL – Universidade Estadual do Paraná. Professora Adjunta na Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR – Campus Apucarana. Apucarana, Paraná, Brasil. E-mail: michele.veronez@unespar.edu.br*

estudo que discutimos neste texto, no qual são trazidas algumas reflexões que foram suscitadas no âmbito de um projeto de Iniciação Científica[1].

Em nosso estudo, entendemos que a Modelagem Matemática envolve a busca por uma solução para um problema, o uso de um conjunto de procedimentos e uma análise sobre a resposta obtida para tal problema (ALMEIDA, SILVA, VERTUAN, 2013). Sendo assim, consideramos que uma atividade de modelagem matemática emerge de um contexto extramatemático e a assumimos como aquela que considera um problema a resolver, viabiliza o envolvimento com estruturas e conceitos matemáticos e requer uma análise consciente da resposta obtida, podendo essa ser reconhecida, ou não, como solução (VERONEZ, 2013).

Na busca por uma solução para o problema há também possibilidade de recorrer ao uso de recursos tecnológicos e a aproximação de tais recursos às tendências de ensino pode ser um caminho interessante para a criação de ambientes com potencial para a consolidação de aprendizagens. Neste contexto, softwares educativos e dinâmicos, como o GeoGebra, podem ampliar o modo de ver e compreender fenômenos analisados a partir de atividades de modelagem matemática. A recorrência a essas tecnologias digitais auxilia na elaboração de hipóteses, na realização de cálculos diversos, na obtenção de dados e, ainda, pode favorecer com que isso aconteça em um intervalo de tempo mais curto e, de certa forma, tornar o tempo dessas experiências melhor aproveitado. A correlação entre Modelagem Matemática e tecnologias digitais também favorece a produção dos chamados signos (interpretantes), sob os quais nos atentamos neste estudo. Para debater acerca dos signos apoiamo-nos nas assertivas de Peirce (2017) de que signo é algo que está no lugar de outra coisa e que o efeito do signo no intérprete constitui os interpretantes, que também são signos.

Neste texto discutimos a produção dos signos no desenvolvimento de duas atividades de modelagem matemática[2]. Uma delas tem como ponto de partida a imagem de um urso de pelúcia e a outra, a imagem de uma piscina de bolinhas e, para o desenvolvimento de ambas há recorrência ao *software* GeoGebra. O olhar para os signos (interpretantes) produzidos ao longo do desenvolvimento dessas duas atividades de modelagem matemática, segue amparado nas três classes de interpretantes defendidas por Charles Sanders Peirce: interpretante imediato, interpretante dinâmico e interpretante final.

2. Modelagem Matemática: a perspectiva adotada

Embora existam diversas maneiras de compreender o que é Modelagem Matemática na Educação Matemática (MEYER, CALDEIRA, MALHEIROS, 2011; ALMEIDA, SILVA, VERTUAN, 2012; BURAK, 2013; BARBOSA, 2001), pautamo-nos na caracterização de que a Modelagem Matemática envolve a busca por uma solução para um problema, e que nessa busca utiliza-se

---

[1] O projeto intitulado Produção de interpretantes mediada pela tecnologia em atividades de modelagem matemática, foi desenvolvido no período de agosto de 2018 a julho de 2019, com bolsa CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – à primeira autora do artigo.

[2] Essas atividades de modelagem matemática foram desenvolvidas no âmbito do projeto de IC supracitado.

DOI: http://dx.doi.org/10.31512/encitec.v13i3.447

um conjunto de procedimentos e realiza-se uma análise sobre a resposta obtida para tal problema, conforme apontado por Almeida, Silva e Vertuan (2013).

Neste contexto, entendemos que, na Educação Matemática, a Modelagem Matemática vem como uma possibilidade de discutir conceitos matemáticos e, ao mesmo tempo, discutir sobre diferentes temáticas ou fenômenos. Ademais, o modo de olhar para essas temáticas ou fenômenos pode fomentar compreensões abrangentes e, em alguns casos, sugerir meios de agir sobre eles. Para Perrenet e Zwaneveld (2012) a Modelagem Matemática é, em primeiro lugar, sempre sobre algo, uma situação e um problema decorrente dessa situação, e que a matemática é "apenas" uma parte de todo processo. Assim, a Modelagem Matemática pode tratar de algo (fenômeno) que não emergem necessariamente de um contexto matemático; mas o conhecimento em relação a esse algo é mediado pelo conhecimento que se tem da matemática.

Almeida e Silva (2017), colocam que a utilização da Modelagem Matemática remete ao uso, à aplicação e a construção de conhecimento em Matemática e, Almeida, Silva e Vertuan (2013) apontam que é possível identificar elementos que constituem uma atividade de modelagem matemática. Para eles

> *[...] o início é uma situação-problema; os procedimentos de resolução não são predefinidos e as soluções não são previamente conhecidas; ocorre a investigação de um problema; conceitos matemáticos são introduzidos ou aplicados; ocorre a análise da solução (p.17).*

Para Almeida e Silva (2017), à Modelagem Matemática associa-se uma estrutura matemática, modelo matemático, que leva em consideração aspectos essenciais do fenômeno que se pretende representar. Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2013, p. 13) um modelo matemático é uma representação simplificada da realidade sob a ótica daqueles que a investigam e sua formulação não tem um fim em si só, mas visa fomentar a solução de algum problema. Assim, um modelo matemático pode ser escrito utilizando diversas formas de representações.

De modo geral, os procedimentos realizados no decorrer de atividades de modelagem matemática são mediados pelo uso, pela interpretação e produção de representações pelo intérprete, ou seja, aquele que as desenvolve. Tais representações, por sua vez, ocupam papel importante no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática uma vez que viabilizam a obtenção e interpretação da solução para a atividade de modelagem em questão e oferecem possibilidades para inferências e compreensões sobre os (des)conhecimentos dos intérpretes emergentes em seu desenvolvimento. Assim, no decorrer de atividades de modelagem matemática o intérprete produz signos que são manifestos em associação com os seus modos de pensar sobre o fenômeno em foco.

3. Modelagem Matemática e Semiótica: interlocuções sobre os interpretantes

Considerando a caracterização de Modelagem Matemática já enunciada e no entendimento de que ao desenvolver atividades de modelagem matemática há produção de signos (ALMEIDA, VERONEZ, 2017), ocupamo-nos agora em tecer algumas considerações acerca

DOI: http://dx.doi.org/10.31512/encitec.v13i3.447

da Semiótica Peirceana e também de apresentar alguns estudos que, de algum modo, tratam de interpretantes no contexto da Modelagem Matemática.

Segundo registros históricos a Semiótica teve a sua origem na Grécia Antiga, mas apenas se desenvolveu no século XX com o trabalho de alguns pesquisadores. A partir de 1857, o filósofo e matemático americano Charles Sanders Peirce (1839 – 1914) passou a tratar da Semiótica em sintonia com a lógica, então percebida como uma filosofia da linguagem.

Peirce preocupou-se com o processo de significação feito pelo pensamento. Para ele, o conhecimento consiste em um processo de interpretação que utiliza signos para ser interpretado. Assim, a semiótica peirceana ocupa-se do processo de interpretação da realidade feito pelo nosso pensamento por meio de signos.

> *Um signo, ou representámen, é aquilo que, sob certo aspecto ou modo, representa algo para alguém. Dirige-se a alguém, isto é, cria na mente dessa pessoa, um signo equivalente, ou talvez um signo mais desenvolvido. Ao signo assim criado denomino interpretante do primeiro signo. O signo representa alguma coisa, seu objeto. Representa esse objeto não em todos os aspectos, mas com referência a um tipo de ideia que eu, por vezes, denominei fundamento do representámen (PEIRCE, 2017, p. 46).*

Assim, para Peirce (2017), o ser humano corresponde a uma mente interpretadora e somente reconhece o mundo pelo fato de representá-lo de alguma forma. O ser humano somente interpreta essa representação. Peirce denomina essa representação como interpretante, ou seja, o interpretante é algo que se cria na mente do ser humano (intérprete).

Segundo Peirce (2017), uma qualidade associada ao interpretante é ser ele mesmo um signo e ainda assim gerar novos interpretantes. Devido a isso, a geração dos interpretantes constitui-se como uma ação eficiente na mente do intérprete. Em sua teoria, Peirce (2017) esclarece que os interpretantes são produzidos segundo o impacto do signo no intérprete e que eles distinguem-se por características particulares.

Para Peirce (2017) o interpretante imediato é aquele que revela a qualidade de impressão que o signo pode produzir no intérprete. Ou seja, o interpretante imediato é intrínseco ao signo; é próprio do signo, sendo independente de quem o acessa. Ele também é o potencial inscrito no próprio signo. Já o interpretante dinâmico refere-se ao efeito produzido pelo signo e corresponde à interpretação do signo pelo intérprete. O interpretante dinâmico apresenta característica de existência; sendo o interpretante efetivamente produzido. Por sua vez, o interpretante final é aquele que, segundo Peirce (2017, p.164), “finalmente se decidirá ser a interpretação verdadeira se se considerasse o assunto de um modo tão profundo que se pudesse chegar a uma opinião definitiva”. Assim, o interpretante final representa um limite último pensável. Ele surge a partir do momento que os interpretantes dinâmicos atingem seu máximo.

Em atividades de modelagem matemática esses interpretantes podem retratar os caminhos tomados durante a busca por uma solução para o problema em questão e revelar, de algum modo, os conhecimentos daqueles que a desenvolvem (ALMEIDA, SILVA, VERONEZ, 2015).

DOI: http://dx.doi.org/10.31512/encitec.v13i3.447

Ao longo dos últimos anos muitos autores realizaram estudos e dedicaram esforços para apresentar aspectos que consideram o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática e os signos. Além dos que discutem sobre alguns aspectos relativos aos signos (SILVA, 2008; ALMEIDA, SILVA, 2012; SILVA, 2013; VERONEZ, 2013; SILVA, VERONEZ 2014; FIDALGO, GRADIM, 2005), há alguns que concentram atenção diretamente aos interpretantes (ALMEIDA, SILVA, VERONEZ, 2015; ALMEIDA, SILVA, 2017; DRIGO, 2007).

Almeida, Silva e Veronez (2015), apresentam que o funcionamento dos signos proporciona e ao mesmo tempo descreve uma interação contínua entre signos, fenômeno e novos signos gerados da interpretação de anteriores ou de relações percebidas pelo intérprete entre signo e fenômeno, constituindo uma sequência de semiose. Sendo assim, entendemos que a semiose serve como ferramenta para que incertezas iniciais possam ser superadas, trazendo uma melhor compreensão para o que está em estudo e até para a própria matemática.

As autoras Almeida e Silva (2017), tratam das relações entre a ação e a produção de signos em atividades de modelagem matemática e se utilizam do conceito peirceano como recurso para a análise que realizam. Apresentam a semiose como um processo não limitado, expressando que a Matemática e o fenômeno são inseparáveis, gerando uma espécie de rede de signos interpretantes que se relaciona com conhecimentos preexistentes ou novos conhecimentos, associados, de certo modo, aos conhecimentos matemáticos, ao problema em questão e ao conhecimento tecnológico.

Drigo (2007) aponta que a caminhada dos interpretantes, desde o mais primitivo, o imediato, passando pelo dinâmico e chegando ao final, segue uma certa lógica. Assim, compreendemos que o interpretante não é algo preconcebido, mas desenvolvido durante a geração dos signos.

Nos trabalhos que, de modo geral, discutem sobre os signos em atividades de modelagem matemática, as interlocuções entre Modelagem Matemática e Semiótica se dão ao longo do desenvolvimento de atividades de modelagem e intentam compreender aspectos diversos no que se refere aos contextos nos quais são desenvolvidos.

Na seção a seguir trazemos uma discussão acerca dos interpretantes, considerando o contexto no qual as atividades de modelagem matemática foram desenvolvidas. A saber, essas atividades compõe um conjunto de atividades de modelagem matemática que tem referência em uma imagem e faz recorrência ao uso do software GeoGebra e a geração de interpretantes se dá no processo de buscar por uma solução para o problema que a originou.

4. Interpretantes em atividades de modelagem matemática

As duas atividades de modelagem matemática trazidas para discussão foram desenvolvidas com recorrência ao uso do *software* GeoGebra e os signos nelas produzidos são evidenciados no sentido de trazer à tona características e elementos inerentes ao fazer Modelagem Matemática.

DOI: http://dx.doi.org/10.31512/encitec.v13i3.447

A primeira atividade abordada tem como título “O enchimento de um ursinho de pelúcia”. A partir da imagem de um urso de pelúcia e de algumas informações, levantou-se o seguinte problema para investigação: qual é a quantidade de enchimento presente no ursinho de pelúcia? Para responder tal questionamento houve recorrência ao *software* GeoGebra para encontrar dados que, aliados a conceitos matemáticos, como proporcionalidade e volume de sólidos geométricos, culminaram em uma solução para o problema investigado.

Na segunda atividade de modelagem matemática que trazemos para discussão, abordamos a piscina de bolinhas como temática. Novamente, a partir da imagem de uma piscina de bolinhas e de informações relacionadas a esse brinquedo infantil, estabelecemos os seguintes problemas para investigação: 1) quantas crianças podem brincar na piscina de bolinhas, sem que as bolinhas transbordem para fora do brinquedo?; 2) a quantidade de bolinhas disponibilizadas pelo fabricante na venda do produto é adequada? Para resolvê-los recorremos ao GeoGebra e utilizamos conceitos de proporcionalidade e volume de sólidos geométricos.

Atividade 1: O enchimento de um ursinho de pelúcia

Essa atividade de modelagem matemática, desenvolvida com o propósito de analisar a quantidade de enchimento presente em um urso de pelúcia (Figura 1), sustenta uma variedade de questionamentos e considerações que culminam na identificação do seguinte problema, reescrito em linguagem matemática, a resolver: qual o volume de enchimento do ursinho de pelúcia quando associado a algumas formas geométricas? Essa questão, no contexto em que foi formulada, corresponde a um interpretante dinâmico uma vez que é enunciada após uma interpretação do formato das partes que compõe o urso de pelúcia. As informações contidas no Quadro 1 explicitam o tipo de urso considerado para o desenvolvimento dessa atividade.

Figura 1 - Urso de Pelúcia (Fonte: Fabricante. Disponível em: www.americanas.com.br

Quadro 1 - Informações levantadas (Fonte: Fabricante. Disponível em:www.americanas.com.br)

Altura do urso: 28 cm Largura do urso: 17 cm

As informações contidas no Quadro 1 possibilita pensar acerca do problema enunciado e conduz ao levantamento de algumas hipóteses (Quadro 2) e à aproximação do formato do urso de pelúcia a sólidos geométricos (Figura 2).

Quadro 2 – Hipóteses consideradas (Fonte: Autoras)

H1: A quantidade de enchimento depende do volume das partes que constituem o urso de pelúcia. **H2:** O urso de pelúcia pode ser associado a sólidos geométricos como esfera, semiesfera, cone, tronco de cone e cilindro.

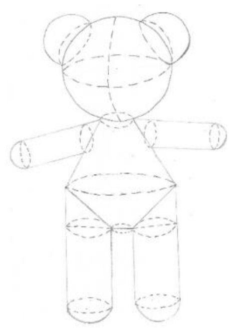

Figura 2 - Associação do urso de pelúcia a formas geométricas (Fonte: Autoras)

As hipóteses contidas no Quadro 2, assim como a Figura 2, signos interpretantes imediatos, carregam intencionalidades do intérprete e se relacionam com a busca por uma solução para o problema formulado. Contudo, a aproximação do urso de pelúcia a sólidos geométricos por si só não responde ao problema em discussão, mas incita a possibilidade de recorrer ao GeoGebra para conhecer as medidas desse urso. O efeito produzido pelo interpretante da Figura 2 gera a demarcação de um conjunto de pontos sobre a superfície do urso de pelúcia que constitui o interpretante ilustrado na Figura 3. Esse efeito produzido pelo signo sinaliza a possibilidade de que a utilização do *software* proporciona considerar valores que só seriam possíveis através de sua utilização.

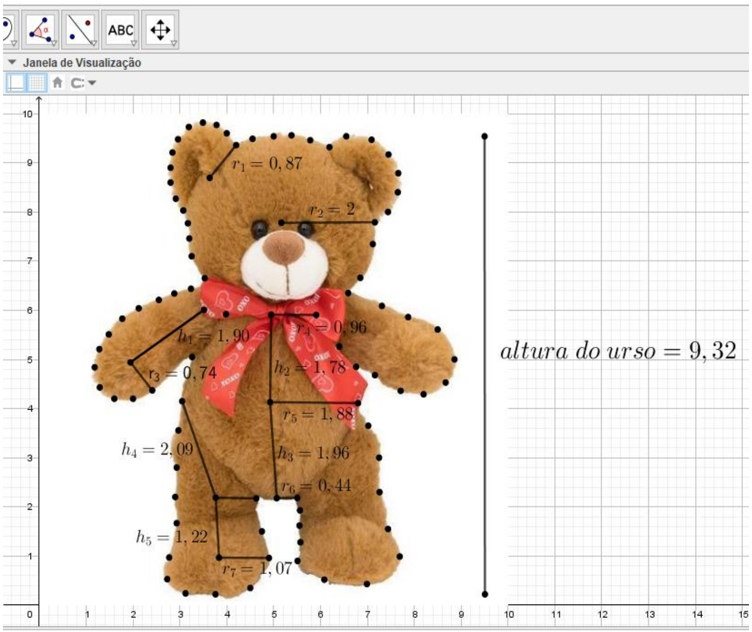

Figura 3 – Urso de pelúcia associado a um conjunto de pontos (Fonte: Representações geradas no GeoGebra)

A interpretação da Figura 3, interpretante gerado pela tecnologia, faz esse signo ter, ora característica de um interpretante imediato, ora característica de interpretante dinâmico, pois em um primeiro momento revela uma primeira impressão do intérprete em relação à aproximação do urso de pelúcia a sólidos geométricos e, em seguida, se refere a um efeito produzido pelo signo no intérprete, quando o urso se apresenta a partir de um conjunto de pontos.

DOI: http://dx.doi.org/10.31512/encitec.v13i3.447

São os conceitos de proporcionalidade e as informações viabilizadas pelo GeoGebra que possibilitam a obtenção das medidas de cada uma das partes que compõem o urso de pelúcia (Quadro 3). Os recursos disponíveis no *software* promovem agilidade na produção dos interpretantes, garantindo um processo dinâmico nessa produção. Este signo, Quadro 3, retrata os conhecimentos matemáticos do intérprete.

Quadro 3 – Dados calculados a partir do GeoGebra e de conceitos de proporcionalidade (Fonte: Autoras)

Raio da orelha: $\frac{28}{9,32} = \frac{r_1}{0,87} \rightarrow r_1 = 2,61\ cm$	Raio da perna: $\frac{28}{9,32} = \frac{r_7}{1,07} \rightarrow r_7 = 3,21\ cm$
Raio da cabeça: $\frac{28}{9,32} = \frac{r_2}{2,00} \rightarrow r_2 = 6,00\ cm$	Altura 1 da perna: $\frac{28}{9,32} = \frac{h_1}{2,09} \rightarrow h_1 = 6,28\ cm$
Raio 1 do corpo: $\frac{28}{9,32} = \frac{r_3}{0,96} \rightarrow r_3 = 2,88\ cm$	Altura 2 da perna: $\frac{28}{9,32} = \frac{h_2}{1,22} \rightarrow h_2 3,67\ cm$
Raio 2 do corpo: $\frac{28}{9,32} = \frac{r_4}{1,88} \rightarrow r_4 = 5,65\ cm$	Altura 1 do corpo: $\frac{28}{9,32} = \frac{h_3}{1,78} \rightarrow h_3 = 5,35\ cm$
Raio 3 do corpo: $\frac{28}{9,32} = \frac{r_5}{0,44} \rightarrow r_5 = 1,32\ cm$	Altura 2 do corpo: $\frac{28}{9,32} = \frac{h_4}{1,96} \rightarrow h_1 = 5,89\ cm$
Raio do braço: $\frac{28}{9,32} = \frac{r_6}{0,74} \rightarrow r_6 = 2,22\ cm$	Altura do braço: $\frac{28}{9,32} = \frac{h_5}{1,90} \rightarrow h_5 = 5,71\ cm$

As medidas de cada uma dessas partes aliadas às expressões matemáticas que possibilitam a obtenção do volume da esfera, da semiesfera, do cone, do tronco de cone e do cilindro favorecem uma solução para o problema em questão, apresentada no Quadro 4.

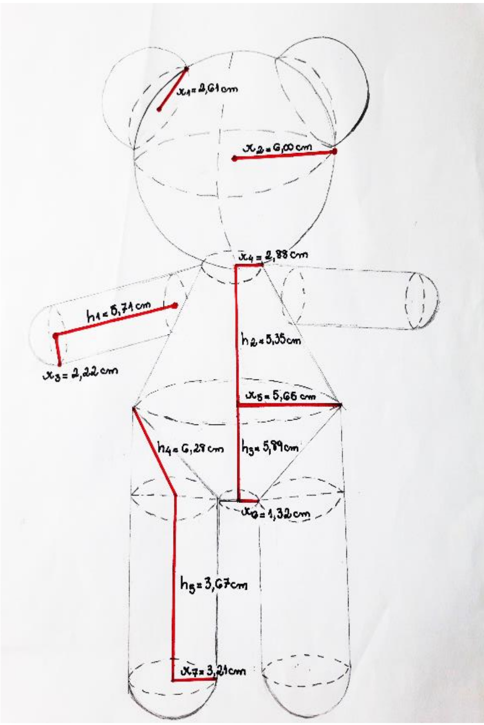

Figura 4 - Associação do urso de pelúcia as medidas calculadas (Fonte: Autores)

Quadro 4 - Cálculo do volume de enchimento do urso de pelúcia (Fonte: Autores)

Volume dos braços = 222,65 cm^3
Volume do corpo = 570,13 cm^3
Volume das pernas = 455,36 cm^3
Volume total = 2227,40 cm^3

Os volumes obtidos para cada uma das partes do urso de pelúcia (orelhas, cabeça, tronco, braços e pernas) correspondem a interpretantes dinâmicos e o volume total, um interpretante final tanto relativo aos cálculos matemáticos e como em relação ao problema elegido para estudo. Esse volume final também se configura uma resposta satisfatória para o problema em questão e, nesse sentido, é também um interpretante final da situação em foco.

DOI: http://dx.doi.org/10.31512/encitec.v13i3.447

Atividade 2: A piscina de bolinhas

Essa atividade de modelagem matemática que trazemos para discussão tem como temática uma piscina de bolinhas, brinquedo comum em festas infantis. A partir da imagem (Figura 5) e das informações coletadas (Quadro 5), apresentamos dois problemas que foram investigados: 1) Quantas crianças podem brincar na piscina de bolinhas, sem que as bolinhas transbordem para fora do brinquedo? 2) A quantidade de bolinhas disponibilizadas pelo fabricante na venda do produto é adequada?

Quadro 5 - Informações levantadas (Fonte: Autores)

- Altura total da piscina de bolinhas montada: 1,90 m;
- A piscina acompanha 2000 bolinhas.
- Diâmetro das bolinhas: 7,5 cm.

Figura 5 - Piscina de bolinhas (Fonte: Fabricante. Disponível em: www.lacucabrinquedos.com.br)

Os problemas enunciados, interpretantes dinâmicos, produzidos inicialmente e que regem o desenvolvimento dessa atividade de modelagem matemática correspondem a uma impressão primeira do intérprete a partir da Figura 5 e do Quadro 5, que são interpretantes imediatos da situação em estudo.

Esses problemas, além de retratarem uma ideia produzida pelo intérprete, sinalizam possibilidades de encaminhamentos que visam a busca por solucioná-los e também a necessidade do levantamento de algumas hipóteses (Quadro 6).

Quadro 6 - Hipóteses consideradas (Fonte: Autores)

- **H1:** As bolinhas só podem ser colocadas onde há rede, ou seja, só podem ser colocadas onde há madeira;
- **H2:** Considerando que a piscina de bolinhas é usada por crianças de até 5 anos, assumimos que a altura média de uma criança sentada, nessa idade, é de 67,5cm;
- **H3:** O espaço ocupado pela criança dentro da piscina de bolinha comporta-se como um caixote.

Essas hipóteses, interpretantes dinâmicos da situação em estudo, são pensadas em associação ao fato de que para resolver os problemas enunciados era necessário considerar algumas ideias iniciais e gerenciar algumas estratégias articuladas ao uso do *software* GeoGebra.

Reconhecido que a base da piscina de bolinhas possui forma geométrica, uma caixa com características de um prisma com base octogonal regular, são demarcados alguns pontos sobre

DOI: http://dx.doi.org/10.31512/encitec.v13i3.447

essa figura, quando inserida em um arquivo no GeoGebra (Figura 6) a fim de obter valores que auxiliassem na busca por resposta para o problema em estudo. O recurso tecnológico utilizado apresenta-se como um aliado já que favorece uma estratégia com abordagem matemática, que mais se adequa à situação em estudo. A observação de que a base da figura tem essa forma geométrica comporta-se como um interpretante dinâmico, correspondendo a uma interpretação do signo pelo intérprete.

Figura 6 - Piscina de bolinha associada a um conjunto de pontos (Fonte: Autores)

Por meio das ferramentas disponíveis no GeoGebra temos geração de signos que apresentam duas características: interpretante imediato porque a imagem no GeoGebra com suas respectivas medidas passa a se comportar ela própria como um signo e independe de quem a acessa; interpretante dinâmico, pois refere-se ao efeito produzido pelo signo no intérprete. A interpretabilidade desses signos em associação com os conceitos de proporcionalidade geram outros interpretantes dinâmicos, contidos no Quadro 7.

Quadro 7 - Dados calculados a partir do GeoGebra e de conceitos de proporcionalidade (Fonte: Autores)

- Largura da parte de madeira: $\frac{190}{16,60} = \frac{x}{7,02} \rightarrow x = 80,35\ cm$
- Altura da parte de madeira: $\frac{190}{16,60} = \frac{y}{3,33} \rightarrow y = 38,11\ cm$

A partir desses interpretantes é gerado o volume do caixote correspondente à base da piscina de bolinhas. Para isso, calcula-se a área da base do caixote, que tem forma octogonal, com oito lados. A partir da medida da largura da parte de madeira da piscina de bolinhas, foi construído um polígono de oitos lados no GeoGebra e obtido o valor de seu apótema (Figura 7). Com esse dado, realizamos o cálculo do volume do caixote de madeira (Quadro 8). Mais uma vez, os valores obtidos correspondem a interpretantes dinâmicos, pois representam a interpretação dada a respeito do caixote de madeira.

DOI: http://dx.doi.org/10.31512/encitec.v13i3.447

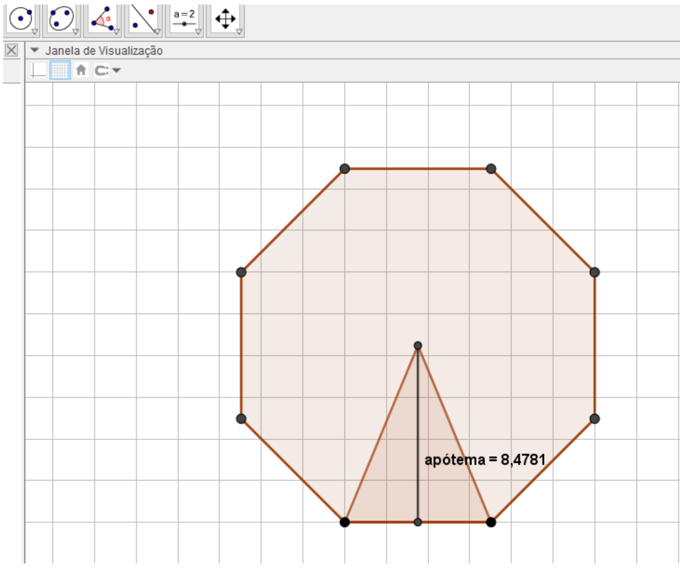

Figura 7 - Representação da base ortogonal (Fonte: Autores)

Quadro 8 - Cálculo da base da piscina de bolinhas (Fonte: Autores)

Apótema: $\frac{190}{16,60} = \frac{z}{8,48} \rightarrow z = 97,06\ cm$	$\text{Volume do prisma} = \text{Área da base } \cdot \text{Altura}$ $\text{Volume do prisma} = \left[8 \cdot \left(\frac{\text{lado} \cdot \text{apótema}}{2}\right)\right] \cdot \text{Altura}$ $\text{Volume do prisma} = \left[8 \cdot \left(\frac{(80,35) \cdot (97,06)}{2}\right)\right] \cdot (38,11)$ $\text{Volume do prisma} = 1.188.844,65\ \text{cm}^3$

Para tratar do volume ocupado pelas bolinhas também foi utilizado o *software* GeoGebra, conforme mostra a Figura 8. Dessa associação, imagem e GeoGebra, foi obtido o raio da bolinha e o volume por ela ocupado. Nessas ações são gerados interpretantes que possui ora características de interpretante imediato, ora característica de interpretante dinâmico, pois além de serem um signo com potencial inscrito nele próprio, indicam a intenção do intérprete e ilustram uma representação da ideia inicial do intérprete.

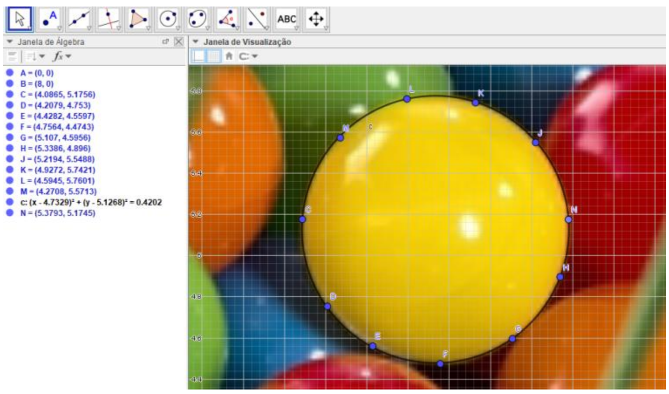

Figura 8- Bolinha associada a um conjunto de pontos (Fonte: Autores)

DOI: http://dx.doi.org/10.31512/encitec.v13i3.447

A equação da circunferência obtida a partir do GeoGebra ($(x – 4,73)^2 + (y – 5,13)^2 = 0,42$) associada à equação reduzida da circunferência ($(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$) fornece o valor do raio da bolinha (r = 0,65). A partir desse valor do raio e, utilizando-se de conceitos de proporcionalidade, é obtido o valor real do raio da bolinha e, com esse valor, calcula-se o seu volume (Quadro 9).

Quadro 9 - Cálculo do volume das bolinhas (Fonte: Autores)

Raio:		**Volume das 2000 bolinhas:**
$\frac{7,5}{1,29} = \frac{r}{0,65} \rightarrow r = 3,78\ cm$	$\text{Vol. da bolinha} = \frac{4}{3}\pi r^3$ $\text{Vol. da bolinha} = \frac{4}{3}\pi (3,78)^3$ $\text{Vol. da bolinha} = 226,24\ cm^3$	452.480 cm^3

Para encontrar o espaço ocupado por uma criança quando está dentro desse brinquedo, consideramos a hipótese 3 (H3) e utilizamos a imagem de uma criança sentada conforme Figura 9. Nesse momento, os conceitos de proporcionalidade, aliados aos recursos do GeoGebra possibilitaram obter o volume ocupado por uma criança na piscina de bolinha (Quadro 10). Essa interpretação ocasionada pela tecnologia corresponde a interpretantes dinâmicos.

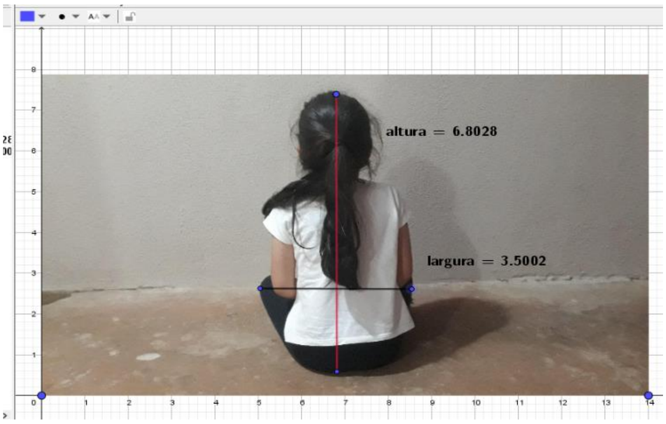

Figura 9 - Medias associada a criança (Fonte: Autores)

Quadro 10 - Cálculo do espaço ocupado por uma criança (Fonte: Autores)

Comprimento/ largura da criança sentada:	**Espaço ocupado por uma criança:**
$\frac{67,5}{6,80} = \frac{w}{3,50} \rightarrow w = 34,73\ cm$	$\text{V} = \text{largura} \cdot \text{comprimento} \cdot \text{altura}$ $\text{V} = (34,73) \cdot (34,73) \cdot (67,5)$ $\text{V} = 81.416,67\ \text{cm}^3$

Como o caixote de madeira possui volume igual a 1.188.844,65 cm^3, retirando desse valor o volume ocupado pelas 2000 bolinhas (452.480 cm^3) sobra 736.364,65 cm^3 de espaço a ser ocupado, logo, o número ideal de crianças que podem brincar na piscina é de 3 a 4 crianças. Esse número de crianças ocupa um espaço que varia de 244.250,01 cm^3 à 325.666,68 cm^3.

Essas considerações, que ilustram interpretações do intérprete tanto relacionadas à situação como associada a conceitos matemáticos, correspondem a interpretantes finais da situação em estudo, já que elas são entendidas como suficientes para solucionar o problema 1) investigado.

Para responder ao segundo problema levamos em conta a hipótese de que as bolinhas só podem ser colocadas onde há madeira (H1). Então, como as bolinhas ocupam um volume correspondente a 452.480 cm^3 e o caixote um volume de $1.188.844{,}65\ cm^3$, a quantidade de bolinhas fornecida junto à compra do brinquedo é adequada para que as crianças possam brincar movendo-se com tranquilidade e segurança. A conclusão acima corresponde a um interpretante final da situação em estudo uma vez que ela considera associações entre conceitos matemáticos e o problema 2) em foco. Os valores obtidos (volume do caixote, volume das bolinhas e a quantidade de crianças) configuram-se como interpretantes dinâmicos, que articulados, conduzem a interpretações e validações que configuram interpretantes final da situação.

5. Considerações finais

A nossa investigação a respeito da produção de (signos) interpretantes em atividades de modelagem matemática mediada pela tecnologia sugere que a utilização de tecnologias como o *software* GeoGebra favorece os tratamentos matemáticos dados ao longo dessas atividades de modelagem matemática e a produção de interpretantes, que se associam aos modos de ver, compreender e solucionar os problemas em estudo.

Na primeira atividade tratada no artigo, “O enchimento de um ursinho de pelúcia”, a associação do urso de pelúcia a formas geométricas, articulada ao uso do *software* Geogebra, favoreceu a produção de interpretantes com características diferentes. Tais interpretantes, ao longo dessa atividade de modelagem, foram evoluindo, alterando-se, compondo-se ou modificando-se, até conduzir a uma interpretação última considerada um interpretante final para a situação em estudo. Esses interpretantes, assim como o uso do *software* Geogebra, possibilitou também a compreensão de que outro tratamento (conceito de simetria) poderia ser dado na obtenção de uma resposta ao problema investigado. De modo geral, os interpretantes nessa atividade de modelagem matemática figuraram como signos que orientam, delimitam e sugerem caminhos para realizar o trânsito da situação inicial para a situação final em uma atividade de modelagem matemática. Ademais, sinalizam que pode haver mais de uma possibilidade de resolução para o problema em foco.

Na atividade da piscina de bolinhas os (signos) interpretantes também tiveram conotações de imediato, dinâmico e final e, corresponderam a interpretações do intérprete no trânsito da situação inicial para a situação final. A agilidade na produção dos interpretantes, viabilizada pelo *software* Geogebra é algo que merece destaque nessa atividade de modelagem matemática, já que com ele a alternância dos interpretantes, sobretudo a geração dos interpretantes final, e o que eles simbolizavam na atividade aconteceu de modo diferente do que é proporcionado quando se usa lápis e papel.

A geração de interpretantes nessas duas atividades de modelagem matemática, na mente do intérprete, correspondeu a um processo dinâmico, pois os interpretantes foram sendo alterados de modo contínuo, ao passo que se avançava no desenvolvimento de cada uma dessas atividades. Ademais, esses interpretantes, produzidos em associação com o uso de tecnologias, favoreceram com que os direcionamentos dados nas atividades fossem analisados, aperfeiçoados e validados, quando era o caso. Para o desenvolvimento das atividades apresentadas o GeoGebra foi a ferramenta pela qual se pode compreender, analisar e responder à situação em foco.

Nessas atividades de modelagem matemática os interpretantes foram gerados de modo não sequencial, ou seja, não obedeceram a um padrão pré-estabelecido. Eles foram produzidos em associação com a interpretação dada pelo intérprete e, nesse sentido, os interpretantes imediato, dinâmico e final, dessas atividades carregam as intencionalidades, ações e conhecimentos e desconhecimento daquele que a desenvolveu. Essa produção de interpretantes ao longo das atividades de modelagem matemática também sinaliza os direcionamentos escolhidos para o desenvolvimento da atividade.

Outra constatação é que os signos (interpretantes) produzidos ao longo das atividades de modelagem apresentam relação com a situação, com o problema, com os objetos matemáticos e com a resposta da situação. Assim, a associação deles é que leva à solução dos problemas elegidos para estudo e que regem o desenvolvimento da atividade. Também, esses interpretantes se complementam, devido ao seu caráter de poder ser imediato, dinâmico e final.

É fato que cada atividade de modelagem matemática carrega especificidades. No entanto, a produção de interpretantes, mediada por recursos tecnológicos, pode favorecer com que o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática possibilite discussões acerca de conceitos matemáticos aliado ao uso de tecnologia (no nosso caso, o GeoGebra), já que ela pode contribuir no sentido de agilizar comparações e cálculos que no lápis e papel seriam mais morosas.

6. Referências

ALMEIDA, L. M. E. de; SILVA, K. A. P da. **A Ação dos Signos e o Conhecimento dos Alunos em Atividades de Modelagem Matemática.** Bolema: Boletim de Educação Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, v. 31, p. 202-219. Rio Claro, São Paulo, 2017.

ALMEIDA, L. M. E. de; SILVA, K. A. P da. **Semiótica e as ações cognitivas dos alunos em atividades de modelagem matemática: um olhar sobre os modos de inferência.** Ciência e Educação (UNESP. Impresso), v.18, p. 623-642, 2012.

ALMEIDA, L. M. E. de; SILVA, K. A. P da; VERONEZ, M. R. D. **Sobre a Geração e Interpretação de Signos em atividades de Modelagem Matemática**. In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 6, Anais, Pirenópolis – Goiás, 2015.

ALMEIDA, L. M. W. de, DIAS, M. R. **Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como Estratégia de Ensino e Aprendizagem**. Bolema: Boletim de Educação Matemática, ano 17, n.22, p.19-35. Rio Claro, SP: SBEM, 2004.

ALMEIDA, L. M. W. de, ZANIN, A. P. L. **Competências dos alunos em atividades de modelagem matemática.** Educ. Matem. Pesq., v.18, n.2, p. 759-782, São Paulo, 2016.

ALMEIDA, L. M. W. de, SILVA, K. P. da, VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica.** 1ª Ed., 1ª reimpressão. São Paulo. Editora Contexto, 2013.

BARBOSA, J. C. **Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico**. In: Reunião Anual da ANPED, 24, Caxambu, Anais, RJ: ANPED, 2001, 1 CD-ROM.

BIEMBENGUT, M. S; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino.** 3ª Ed. São Paulo. Editora Contexto, 2013.

BURAK, D. **Modelagem Matemática na educação matemática: considerações para o ensino de matemática na educação básica**. In: VIERA, E. M.; POMPEO JUNIOR, G.; BIEMBENGUT, M.S. (Org.). Modelagem (Em) Comum Um Tributo a Rodney Carlos Bassanezi. 1ª Ed. Santo André: Universidade Federal do ABC, 2013, v., p. 65-94.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da Matemática**. Lisboa: Sá da Costa, 1984.

DRIGO, M. O. **Comunicação e Cognição: semiose na mente humana.** 1. ed. Porto Alegre: Sulina, 2007. 142 p.

FIDALGO, A; GRADIM, A. **Manual de Semiótica.** UBI – PORTUGAL: UBI – PORTUGAL. Disponível em: www.ubi.pt. 2005, acesso em 13/08/2019.

GREGÓRIO, D. M. **Signos em atividades de modelagem matemática: matematização e resolução em foco.** Dissertação (mestrado). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, área de concentração em Ensino e Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática. Universidade Estadual do Centro-Oeste. Guarapuava, 2019.

KLUBER, T. E., BURAK, D. **Concepções de Modelagem Matemática: contribuições teóricas.** Educ. Mat. Pesquisa., v.10, n.1, p. 17-34. São Paulo, 2008.

MEYER, J. F. da C. de A., CALDEIRA, A. D., MALHEIROS, A. P. dos S. **Modelagem em Educação Matemática**. 3ª Ed., 2ª reimpressão. Belo Horizonte. Editora Autêntica, 2018.

PEIRCE, C. S. **Semiótica.** 4ª Ed. De 2010, 3ªreimpressão. São Paulo. Editora Perspectiva, 2017.

PERRENET, J.; ZWANEVELD, B. The many faces of the mathematical modeling cycle. **Journal of Mathematical Modelling and Application**, Blumenau, v. 1, n. 6, p. 3-21, 2012.

SILVA, K. A. P. **Modelagem Matemática e Semiótica: algumas relações.** Dissertação (Mestrado) - Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

SILVA, K. A. P. da. **Uma interpretação semiótica de atividades de Modelagem Matemática e Semiótica: implicações para a atribuição de significado.** Tese de Doutorado (Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

SILVA, K. A. P. da; VERONEZ, M. R. D. Um olhar semiótico sobre a Modelagem Matemática. In: ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. A. P. da.(orgs.) **Modelagem Matemática em Foco.** Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., p. 79-104, 2014.

DOI: http://dx.doi.org/10.31512/encitec.v13i3.447

VERONEZ, M. R. D. **As funções dos signos em atividades de modelagem matemática**. 176p. Tese de Doutorado (Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

VERONEZ, M. R. D; ALMEIDA, L. M. W. **Sobre o papel dos signos em atividades de modelagem matemática.** Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCiMa) , v. 8, p. 142-157, 2017.