

O ENSINO DOS NÚMEROS COMPLEXOS NA PERSPECTIVA DE PROFESSORES DE ENGENHARIA ELÉTRICA

THE TEACHING OF COMPLEX NUMBERS IN THE PERSPECTIVE OF TEACHERS OF ELECTRICAL ENGINEERING

Cassiano Scott Puhl¹, Thaísa Jacintho Müller², Regis Alexandre Lahm³, Lori Viali⁴

Recebido: maio/2020 Aprovado: dezembro/2022

Resumo: Este artigo investiga os conhecimentos de números complexos que os estudantes de Engenharia Elétrica apresentam, bem como as estratégias didáticas adotadas pelos professores para ensiná-los tais conhecimentos. Em pesquisas realizadas, identificou-se que a maioria dos estudantes da Universidade de Caxias do Sul não apresentam conhecimentos de números complexos necessários para as disciplinas de Engenharia Elétrica. Para verificar a prevalência desse panorama no Rio Grande do Sul, aplicou-se um questionário aos professores de Engenharia Elétrica de outras instituições de Ensino Superior. A análise evidencia que a maioria dos estudantes, nas instituições selecionadas, não apresenta o conhecimento de números complexos, tendo o professor que revisar e explicar conceitos e operações, sendo que o objetivo seria utilizá-los em aplicações na Engenharia Elétrica. Portanto, surge a possibilidade de utilizar um objeto de aprendizagem para suprir essa defasagem do Ensino Médio, propiciando ao corpo discente um instrumento facilitador na aprendizagem do conteúdo abordado.

Palavras-chave: números complexos, ensino, conhecimento prévio, engenharia Elétrica, objeto de aprendizagem.

Abstract: This article investigates the knowledge of complex numbers that Electrical Engineering students present, as well as the didactic strategies adopted by teachers to teach them such knowledge. In research carried out, it was identified that the majority of students at the University of Caxias do Sul do not have knowledge of complex numbers necessary for the disciplines of Electrical Engineering. To verify the prevalence of this panorama in Rio Grande do Sul, a questionnaire was applied to teachers of Electrical Engineering from other institutions of Higher Education. The analysis shows that the majority of students, in the selected institutions, do not have the knowledge of complex numbers, with the teacher having to review and explain concepts and operations, the objective being to use them in applications in Electrical Engineering. Therefore, there is the possibility of using a learning object to fill this gap in high school, providing the student body with a facilitating instrument in learning the content covered.

Keywords: complex numbers, teaching, previous knowledge, electrical engineering, learning object.

¹  <https://orcid.org/0000-0003-0696-5666> - Doutor em Educação em Ciências e Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS). Professor da rede municipal de Bom Princípio, Rio Grande do Sul, Brasil. Endereço: Rua Waldemar Staudt, 308, Bairro Centro, 95778-000, Vale Real, Rio Grande do Sul, Brasil. E-mail: c.s.puhl@hotmail.com.

²  <https://orcid.org/0000-0002-7986-202X> - Doutora em Informática na Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Professora do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS), Bento Gonçalves, Rio Grande do Sul, Brasil. Endereço: Rua Dona Augusta, 333 apto 1104 torre 5, Bairro Menino Deus, 90850-130, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil. E-mail: thaisamuller@gmail.com.

³  <https://orcid.org/0000-0002-1102-5655> - Doutor em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Professor da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS), Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil. Endereço: Rodovia Baldicero Filomeno, 850, Bairro Alto Ribeirão da Ilha, Florianópolis, Santa Catarina, Brasil. E-mail: ralahm@hotmail.com.

⁴  <https://orcid.org/0000-0001-9944-3845> - Doutor em Engenharia de Produção pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Professor da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS), Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil. Endereço: Rua Antônio Manoel da Rosa 135 apto 302, Bairro Itú/Sabará, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil. E-mail: viali@puccs.br.

1. Introdução

Números complexos é um conhecimento matemático que evoluiu durante séculos e demorou a ser aceito pela comunidade matemática. Um dos motivos que atrasaram a formalização dos números complexos, como um conhecimento matemático, foi a dificuldade em verificar e compreender a utilização ou aplicação desses números na Matemática ou em outras áreas do conhecimento. Contudo, a formalização dos números complexos proporcionou a realização de novos estudos e investigações, que desenvolveram novos conhecimentos em Matemática e, mesmo, em outras áreas, tais como: os fractais, a teoria quântica, os circuitos elétricos de corrente alternada e a aerodinâmica (BATISTA, 2004).

Contudo, os professores do Ensino Médio vêm abdicando do seu ensino, por considerá-lo um conhecimento desnecessário ou menos importante do que outros conhecimentos matemáticos e, portanto, devido às restrições de carga horária, muitas vezes optam por não o ensinar (MELLO; SANTOS, 2005; NETO, 2013; ELI, 2014; BARROS, 2014; COSTA, 2016; PUHL, 2016; PORTOLAN, 2017). Os professores do Ensino Superior consideram que os números complexos são um conhecimento básico para os estudantes que ingressam em um curso de Engenharia, principalmente para compreender o processo de análise de circuitos elétricos em corrente alternada (MELLO; SANTOS, 2005; COELHO, 2013; PUHL; LIMA, 2014).

Esse cenário prejudica o desempenho dos ingressantes nos cursos de Engenharia, principalmente, da Engenharia Elétrica (JUNIOR, 2014). Segundo Junior (2014), o conhecimento superficial de números complexos implica em dificuldades de aprendizagem em disciplinas da Engenharia Elétrica, por exemplo, uma vez que os números complexos simplificam o processo da análise dos componentes de circuitos elétricos de corrente alternada. Mello e Santos (2005) colocam que os estudantes apresentam dificuldades em utilizar os números complexos na análise de circuitos elétricos em corrente alternada. Complementando essa perspectiva, pesquisas realizadas com estudantes de Engenharia Elétrica de uma instituição de Ensino Superior da Serra Gaúcha constataram a falta de conhecimentos sobre números complexos. Nestas foi possível observar que dos 103 participantes: 26% souberam efetuar a adição; 22% representaram corretamente valores no plano complexo; 3% multiplicaram corretamente e ninguém acertou a divisão sem o auxílio de uma calculadora científica que operava com números complexos (MORALES; PUHL; LIMA, 2013; PUHL; LIMA, 2014).

Diante desse contexto, investigou-se a temática, cuja questão norteadora foi: *na perspectiva de professores que ministram disciplinas no curso superior de Engenharia Elétrica, qual o nível de compreensão que os seus estudantes apresentam sobre números complexos?* Sendo assim, a investigação teve como objetivo identificar as dificuldades dos estudantes com números complexos e quais foram as estratégias didáticas utilizadas pelos professores para sanar essas dificuldades.

O artigo está estruturado em cinco partes. Uma seção de introdução que foi apresentado o contexto e a justificativa da pesquisa. Uma seção sobre os aspectos metodológicos que apresenta os procedimentos para coleta e análise dos dados. Uma seção dedicada à apresentação e discussão dos resultados. E uma seção de considerações finais, em que se sugere

um recurso digital que pode auxiliar professores e estudantes na construção de significados sobre os números complexos.

2. Aspectos Metodológicos

Esta pesquisa tem um cunho qualitativo, na qual buscou-se identificar os conhecimentos e as dificuldades que os estudantes de Engenharia tem sobre os números complexos sob a perspectiva de professores de Engenharia Elétrica, sendo assim caracteriza-se como "[...] um meio para explorar e para entender o significado que os indivíduos ou os grupos atribuem a um sistema social ou humano" (CRESWELL, 2010, p. 26). Complementando essa perspectiva, Borba e Araújo (2013, p. 12) definem que a pesquisa qualitativa "[...] tem como foco entender e interpretar dados e discursos, mesmo quando envolve grupos de participantes".

Nesta investigação, os participantes foram selecionados de forma aleatória. Inicialmente, acessou-se o site oficial de instituições de Ensino Superior do Rio Grande do Sul e realizou-se uma busca pelos endereços eletrônicos dos professores que lecionam as seguintes disciplinas: Cálculo, Circuitos Elétricos, Engenharia de Processamento Digital ou equivalentes. A escolha dessas disciplinas justifica-se por serem disciplinas introdutórias da graduação, em que os estudantes utilizam conhecimentos de números complexos. Após, encaminhou-se um e-mail explicando os objetivos do trabalho e solicitando a participação do professor.

O instrumento de coleta de dados foi um questionário aberto, enviado para os endereços eletrônicos disponíveis nos sites das instituições, porém, nem todos os professores responderam ao questionário, assim a amostra foi constituída por 11 participantes. Nessa amostra, encontram-se professores das seguintes instituições de Ensino Superior¹: Faculdade da Serra Gaúcha (FSG), Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS), Universidade do Vale do Rio dos Sinos (UNISINOS), Universidade de Caxias do Sul (UCS), Universidade Feevale (FEEVALE) e Universidade Luterana do Brasil (ULBRA); sendo que seis dos professores ministravam disciplinas de Circuitos Elétricos, quatro de Cálculo e um de Processamento Digital. Goldenberg (1999) já alertava sobre o problema de os participantes não responderem questionários e destaca que a quantidade não é importante, mas sim a qualidade e a diversidade das informações coletadas, pois os "dados da pesquisa qualitativa objetivam uma compreensão profunda de certos fenômenos sociais apoiados no pressuposto da maior relevância do aspecto subjetivo da ação social" (GOLDENBERG, 1999, p. 49).

O questionário aplicado foi composto das seguintes questões: 1) Em que contextos/conteúdos se aplicam números complexos?; 2) Quais conhecimentos sobre números complexos o aluno precisaria saber para cursar essa(s) disciplina(s)?; 3) O que os alunos, em geral, conhecem sobre esses números?; 4) Sobre os conhecimentos prévios importantes sobre números complexos, o que você propõe para sanar as dificuldades?; 5) Você consideraria a possibilidade de utilizar um material virtual de apoio para verificar e suprir as defasagens ou

¹ Os questionários foram enviados, ainda, para Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) e para a Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), porém não foram obtidas respostas dos professores destas instituições.

lacunas dos alunos sobre os conceitos de números complexos?; e 6) Quais características são relevantes para a utilização de um material virtual de apoio para os alunos?

Os professores participantes dessa investigação foram designados por P1, P2, P3..., isto é, Professor 1, Professor 2, Professor 3, assim sucessivamente, de modo a ser mantido o seu anonimato. Além disso, as respostas dos professores estão em **negrito** e *itálico* para diferenciar das citações longas de autores que estão em *itálico*.

Como método de análise, utilizou-se a Análise Textual Discursiva (ATD) que:

[...] pode ser compreendida como um processo auto organizado de construção de compreensão em que novos entendimentos emergem a partir de uma sequência recursiva de três componentes: a desconstrução dos textos do “corpus”, a unitarização; o estabelecimento de relações entre os elementos unitários, a categorização; o captar o emergente em que a nova compreensão é comunicada e validada. (MORAES; GALIAZZI, 2011, p. 12).

O método utilizado foi o indutivo que consiste em “[...] produzir as categorias a partir das unidades de análise construídas a partir do ‘corpus’. Por um processo de comparar e contrastar constante entre as unidades de análise, o pesquisador vai organizando conjuntos de elementos semelhantes” (MORAES; GALIAZZI, 2011, p. 23-24), que são denominadas categorias emergentes. Devido a inexistência de uma fundamentação teórica, sobre o ensino de números complexos no Ensino Superior, não se realizou uma argumentação detalhada sobre tema, mas buscou-se definir com clareza as categorias e suas diferenças. O método indutivo será empregado nas primeiras cinco questões, pois a última consiste num levantamento dos elementos considerados fundamentais para a construção de um objeto de aprendizagem para o ensino de números complexos aplicados na análise de circuitos elétricos em corrente alternada. A seguir apresentam-se as discussões e análise dos resultados da pesquisa.

3. Discussão e análise dos resultados

Segundo Monzon (2012) e Reis (2009), os estudantes não questionam sobre os conceitos ou operações com números complexos, mas buscam saber sobre sua aplicação, pois assim atribuem significado a esse tipo de número. Desse modo, inicialmente reconheceu-se o contexto no qual os números complexos são utilizados, por meio das respostas dos professores¹ realizou-se o processo de ATD e emergiram duas categorias, denominadas: *Aplicações na Engenharia Elétrica* e *Aplicações na Matemática*.

Na categoria *Aplicações na Engenharia Elétrica* há resposta de sete professores, que relataram que os números complexos podem ser aplicados na representação de *fases* (P1, P2 e P11), na análise de circuitos elétricos em corrente alternada (P2, P5, P7, P9, P10 e P11), na análise de sinais de frequência constante (P2 e P11) e na análise de sistemas de controle (P2 e

¹ Os questionários foram enviados, ainda, para Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) e para a Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), porém não foram obtidas respostas dos professores destas instituições.

P10). O professor P7 explica que os números complexos são utilizados: ***Para fazer análise de circuitos elétricos em corrente alternada que envolvem capacitores e/ou indutores (circuitos RLC), os quais causam defasagens de sinal afetam o fator de potência do circuito.*** Os professores P5 e P10 confirmam o relato anterior, afirmando, respectivamente, que os números complexos são aplicados em: ***qualquer análise de circuitos que envolva corrente alternada, e em basicamente tudo relacionado a corrente alternada.*** As expressões utilizadas por P5 e P10 reforçam a importância dos números complexos na área da Elétrica. Os números complexos facilitam a operacionalização matemática acerca de cálculos com resistências, indutâncias e capacitâncias dentro de uma análise de circuitos em Corrente Alternada – CA (REIS, 2009; GERMANO, 2016). Essa perspectiva apresentada por esses professores corrobora com O'Malley (2014, p. 340 *apud* GERMANO, 2016, p. 29) que afirma:

A melhor forma de se analisar a maioria dos circuitos CA é usar álgebra complexa. [...], em análise de circuitos CA, tensões e correntes senoidais são transformadas em números complexos chamados fasores; resistências, indutâncias e capacitâncias são transformadas em números complexos e chamadas impedâncias.

Na categoria *Aplicações na Matemática*, limitaram-se a resposta de dois professores (P6 e P8) que citaram que aplicam os números complexos nas transformadas de Fourier/Laplace, ressaltando a sua utilidade na própria Matemática, o que pode prejudicar a aprendizagem desses conceitos, pois como Monzon (2012, p. 32) afirma: “[...] os principais questionamentos dos alunos perante esse ensino não recaia sobre conceitos ou operações e sim sobre a utilidade, aplicação em problemas ou contextualização do conteúdo”. Desse modo, induz-se que os estudantes possam compreender que os números complexos se limitam a aplicações na própria matemática, não havendo utilidade em situações contextualizadas ou na realidade. Cabe ressaltar que, provavelmente, os professores da categoria *Aplicações na Engenharia Elétrica* utilizam as transformadas de Fourier/Laplace, porém reconhecem que as aplicações dos números complexos vão além da Matemática, são conceitos importantes para a resolução de problemas de sinais e sistemas lineares, bem como circuitos RLC.

A segunda questão aborda sobre os conhecimentos esperados que os estudantes compreendam, e por meio das respostas dos professores estabeleceu-se três categorias: *Conhecimento básico; Conhecimento intermediário; e Conhecimento avançado.*

Na categoria *Conhecimento básico* encontram-se a perspectiva de seis professores (P4, P5, P6, P8, P9 e P11), que tem a expectativa dos estudantes reconhecerem um número complexo, na forma algébrica e na representação geométrica, e efetuem as quatro operações básicas: adição, subtração, multiplicação e divisão. Quando os números complexos são abordados no Ensino Médio, geralmente, são esses os conceitos estudados. Desse modo, para 55% da amostra da pesquisa, esse conhecimento deveria ser construído no decorrer do Ensino Médio, conforme é afirmado pelo professor P6: ***Conhecimento básico, nível de ensino médio.*** Complementando essa ideia, traz-se o relato do professor P4: ***Conhecimento sobre as operações básicas envolvendo tal conjunto numérico.***

Em compensação, os professores P1 e P7 esperam que os estudantes saibam os conhecimentos básicos, bem como a manipulação de números complexos na forma

trigonométrica (polar) e retangular, conforme é exposto pelo professor P7: **Os alunos deveriam saber manipular matematicamente os números complexos, realizando a conversão da forma retangular para polar e vice-versa e também aplicando esses números nas diferentes operações algébricas. Além disso, seria muito importante que eles fossem capazes de fazer a interpretação do que representam (inclusive graficamente) esses números.** Esses professores requerem dos estudantes um nível maior de compreensão dos números complexos, emergindo assim a característica da categoria do *Conhecimento intermediário*. Geralmente, a forma trigonométrica (polar) não é abordada no Ensino Médio, porém nada impede o professor a ensine, conforme foi realizado por Puhl (2016), pois os estudantes, possivelmente, têm conhecimentos prévios para compreender essa representação, que envolvem conceitos de trigonometria.

E por último, a categoria do *Conhecimento avançado* que contempla a perspectiva de três professores (P2, P3 e P10) que esperam que seus estudantes saibam operar com números complexos na forma retangular e na forma trigonométrica, utilizar a fórmula de Euler ($e^{ix} = \cos x + i \sin x$) e conhecer funções transcendentais de complexos. Ao ser questionado sobre os conhecimentos prévios que espera que os estudantes possuam, o professor P2 respondeu: **Conhecimentos básicos. Operações em geral. Representações. Muito importante ter bom conhecimento da exponencial complexa e fórmula de Euler.** Ampliando essa ideia, o professor P3 respondeu: **Notações e toda a álgebra dos complexos, incluindo a forma trigonométrica e o cálculo de raízes. Também devem conhecer funções transcendentais de complexos.** Esses relatos apresentam a complexidade dos conceitos esperados pelos professores dessa categoria, dificilmente um estudante de Ensino Médio estudará esses conceitos. Assim, seria necessária uma disciplina no Ensino Superior para ensinar esses conceitos mais avançados.

Por ser um conteúdo que não vem sendo ensinado no Ensino Médio, conforme já foi constatado por (MELLO; SANTOS, 2005; ELI, 2014; COSTA, 2016; PUHL, 2016), não existe uma homogeneidade sobre o nível de compreensão que os estudantes de Engenharia apresentam sobre os números complexos. Por meio da análise das respostas dos professores, emergiram quatro categorias: *Conhecimento base*; *Conhecimento insatisfatório*; *Desconhecimento sobre o assunto*; e *Indeterminado*.

A categoria do *Conhecimento base* contempla a perspectiva dos professores que entendem que os estudantes conhecem o necessário sobre números complexos para utilizá-los na sua disciplina, sendo esse o desejo de todo professor, porém somente os relatos de P1 e P8 estão presentes nessa categoria. O professor P1 relatou: **Ainda que seja feita uma revisão dos conceitos e operações citadas anteriormente, a maioria já domina essa base.** Esse relato revela que o professor não tem plena confiança naquilo que os estudantes sabem de números complexos, pois realiza uma revisão dos conceitos, em compensação o professor P8 afirmou: **Quando chegam nesta parte do curso, já viram os conceitos básicos de números complexos.** Assim, percebe-se que no decorrer da formação acadêmica, em alguma disciplina, houve o ensino de números complexos, buscando preparar os estudantes para as aplicações desse tipo de número. Porém, como já foi abordado, nem todas as grades curriculares tem esse cuidado, de abordar sobre os números complexos antes de utilizá-los nas suas aplicações. Essa pode ser uma das causas da existência das outras categorias definidas.

Na categoria *Conhecimento insatisfatório* têm-se os relatos dos professores P2, P3, P5 e P6 que afirmaram que os estudantes conhecem em parte sobre os números complexos, não sendo o suficiente para utilizá-los na disciplina, pois alguns reconhecem que $\sqrt{-1}$ é igual a i ou sabem efetuar operações de adição e subtração, conforme os seguintes relatos: ***muito pouco. A maioria sabe somente somar (P2); que a raiz de -1 é i. O resto eles alegam não lembrar (P3); muito pouco ou quase nada. Normalmente é preciso explicar esse conteúdo (P5); apenas a definição, adição e subtração – quando viram este conteúdo na escola (P6)***. Mas, percebe-se nos relatos dos professores P5 e P6 que há estudantes que desconhecem os números complexos, pois a expressão ***quase nada e quando viram este conteúdo na escola***, permite essa interpretação. E essa interpretação é viável, principalmente pelas pesquisas que mostram que os números complexos não estão sendo mais ensinados no Ensino Médio (MELLO; SANTOS, 2005; ELI, 2014; COSTA, 2016; PUHL, 2016).

Na categoria *Desconhecimento sobre assunto* consta somente os relatos do professor P8 ao afirmar que: ***a maioria não conhece, sequer viu no Ensino Médio***. Esse relato reforça as pesquisas citadas anteriormente, que os estudantes não estão aprendendo esse conteúdo no Ensino Médio.

Na categoria *Indeterminado*, os professores não responderam à pergunta (P4 e P11), ou relataram que depende da formação do estudante (P7 e P10), assim não foi possível enquadrar essa resposta em nenhuma outra categoria. O professor P4 afirmou que não sabia informar sobre os conhecimentos prévios dos estudantes e P11 argumentou que o desconhecimento de números complexos não é o problema, segundo o professor: ***o entendimento e manipulação de números complexos nunca foi o problema. Se houve problemas com alguns no entendimento é porque desconheciam totalmente aritmética, geometria, álgebra e trigonometria. Os números complexos são muito fáceis de assimilar tendo esses conceitos básicos. Eles em si não são problema algum. Pelo contrário, ajudam na abstração matemática de sistemas menos intuitivos***. Em parte, concorda-se com o relato do professor, que os números complexos são fáceis de compreender. Mas, o estudante terá que compreender os números complexos e ao mesmo tempo utilizá-lo, não permitindo a assimilação e acomodação dos conceitos e das operações de números complexos, um conhecimento totalmente novo, pois para muitos estudantes esse tipo de número não existia. Essa situação gera um conflito cognitivo que precisa ser superado pelo estudante, podendo se tornar um empecilho para a aprendizagem. Esse empecilho será superado, quando o estudante perceber a necessidade de utilizá-lo, construindo significado sobre sua aplicação em situações reais. Esse processo de superação, da aceitação da existência dos números complexos, não será fácil para o estudante e nem para o professor. Coelho (2013, p. 1) já alertava para esta situação:

[...] o tema será um obstáculo a ser vencido pelos alunos também durante o Ensino Superior e agravando-se quando apresentado no curso de Cálculo (Cálculo, Cálculo Diferencial, Cálculo Integral), pois além da base de estudo em Matemática não ser sólida o aluno estará sendo apresentado a novas ideias e conceitos, o que requer uma maturidade nem sempre presente em grande parcela dos estudantes universitários.

Os outros dois professores seguiram na mesma linha de pensamento, afirmando que tudo depende da formação no Ensino Médio, relatando: ***Isso é bem variado. Alguns alunos sequer viram números complexos na escola durante o ensino médio. Outros até estudaram e lembram vagamente sobre a conversão entre as formas. Muitos confundem a maneira de resolver as operações algébricas por conta da necessidade de realizar cada operação em uma das diferentes formas (retangular ou polar). Outra grande dificuldade é a interpretação de resultados, principalmente quando se fala que um número com grau 270, por exemplo, pode ser representado pelo mesmo módulo com grau -90 (quando se trabalha com circuitos elétricos, essa representação é importante). Muitas vezes eles utilizam a calculadora para fazer essas conversões (para otimização do tempo, pois o nosso objetivo é a análise de circuitos e não o domínio matemático, embora esse já devesse existir) e não conseguem fazer essas correlações (P7); varia bastante da formação do ensino médio. Para nivelar faço uma revisão geral da parte básica (P10).*** Desse modo, esses professores de Engenharia esperam que os estudantes já tenham conhecimento sobre números complexos, para que no Ensino Superior seja possível aprofundá-los ou utilizá-los na análise de circuitos elétricos em CA.

Os professores, percebendo que os estudantes não conhecem números complexos, podem sugerir formas de recuperar esses conhecimentos. Desse modo, podem-se estabelecer duas categorias, de acordo com o relato dos mesmos: *Exposição em sala de aula e Indeterminado.*

A aula expositiva é um recurso utilizado pelos professores, em todos os níveis de escolaridade e essa pesquisa reforça esta ideia, pois 82% dos participantes (P1, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9 e P10) disseram utilizar esta abordagem para recuperar lacunas na aprendizagem. Os professores entrevistados disseram destinar parte do tempo das aulas para abordar os conceitos básicos das suas disciplinas, que incluem: operações com números complexos, a representação gráfica, a forma polar, a fórmula de De Moivre, entre outros. A seguir apresenta-se o relato de alguns professores: ***Já prevendo certa dificuldade, fazemos uma revisão em uma aula destes conceitos e operações (P1); Reviso todo o ensino médio em duas aulas: operações, representação gráfica. Forma polar, teorema de De Moivre, fórmula de Euler, raízes dos números complexos (P6); O que ocorre na verdade é que uma aula destas disciplinas é destinada a explicações básicas sobre números complexos. Eu, particularmente, explico de uma forma sucinta as representações retangular e polar no plano, explico e faço exemplos de conversão entre essas representações e também das operações algébricas básicas. Disponibilizo e indico material de leitura de apoio, tanto na forma de textos como de páginas na internet com exercícios e vídeos no YouTube (P7); Aula explicativa e aplicações (exercícios) (P8).***

Corroborando com esse cenário, Frison e Cossetin (2022, p. 66) relatam que

[...] há entendimentos culturalmente estabelecidos, tanto em instituições de Educação Básica quanto nas de Educação Superior, de que o processo de apropriação de conceitos acontece pela simples transmissão dos mesmos – captação e aplicação pontual dessas definições. Há, ainda, a simplista comprovação dos fenômenos pelo viés de resoluções de equações, método questionado pela passividade da recepção da gama de “conteúdo” por

parte dos estudantes, ou seja, estes apenas como receptores e os professores como transmissores de um amontoado de conhecimentos científicos.

Os resultados da aula expositiva nem sempre são os esperados, pois a comunicação efetiva existe, mas não existe a relação direta professor ensina e estudante aprende (BICUDO; BORBA, 2004). Segundo Gudwin (2017): “aulas expositivas muitas vezes dão uma falsa sensação de segurança para os alunos, que parecem entender tudo, mas só descobrem que não entenderam direito quando resolvem fazer exercícios e aí tem grandes dificuldades em resolvê-los”. E ressalta-se que somente o professor P7 sugere outros recursos, como vídeo-aulas e sites disponíveis na web, sendo que existem alguns Objetos de Aprendizagem¹ (OA) que já foram testados e apresentaram bons resultados para a aprendizagem, como constatado em Monzon (2012), Pinto (2015) e Puhl (2016).

Na categoria *Indeterminado*, o professor P2 não respondeu à questão e o P11 relata novamente que o problema não são os números complexos, conforme se pode perceber na sua resposta: ***Como expliquei antes, não vejo nenhum problema com os números complexos. Não é um problema para os alunos de Engenharia Elétrica. Se vai se procurar uma causa para alguma situação em particular, deve se procurar na formação anterior, ou seja, ir mais para deficiências de base (matemática básica).*** Se existe um problema na Educação Básica é evidente que se deva ter uma preocupação e tomar uma atitude para solucionar esse problema. Porém, as mudanças na educação demoram para acontecer, assim o professor ao se deparar com estudantes com defasagem de conhecimento matemático precisa propiciar um meio para recuperar estes conhecimentos.

Nessa perspectiva, as tecnologias são um instrumento importante, principalmente, por meio da geometria dinâmica, assim, pode-se pensar e planejar um OA para que os estudantes compreendam os conhecimentos básicos das disciplinas de Engenharia Elétrica. Este OA deve atender as necessidades do professor para que possa ser utilizado ou sugerido em sala de aula. Desta forma, na quinta questão, foi indagado sobre a possibilidade de utilização de um material virtual de apoio para detectar e suprir as defasagens ou lacunas dos estudantes sobre números complexos. As respostas dos professores foram categorizadas como: *Não utilizaria um material virtual*; *Possivelmente utilizaria um material virtual*; e *Sim utilizaria um material virtual*.

Na categoria *Não utilizaria um material virtual* encontram-se os professores P10 e P11, estes afirmam que já existem muitos materiais disponíveis virtualmente para suprir as defasagens dos estudantes, basta eles terem interesse e vontade de buscarem. A resposta do professor P10 foi: ***não, já existe bastante material, falta um pouco de interesse dos alunos em buscá-los.***

Já os professores P1, P2 e P3 estão na categoria *Possivelmente utilizaria um material virtual*, porém apresentaram ressalvas e diferentes justificativas, mostrando indicativos que não são favoráveis a utilização de recursos digitais nesse contexto: ***a ajuda pode ser útil, mas não***

¹ Existem várias definições para Objetos de Aprendizagem (OA). Aqui é utilizada a definição de Wiley (2000, p. 3), de acordo com a qual, OA é “[...] qualquer recurso digital que possa ser reutilizado para dar suporte à aprendizagem”.

vejo muita dificuldade neste tópico (P1); não sou muito fã, pois pelo que percebo quanto mais fácil é a aquisição do conteúdo, menos tempo ele fica na cabeça dos bonecos (estudantes). Mas consideraria sim (P2); toda ajuda é bem-vinda, mas, como eu disse, seria paliativa. Precisamos mudar a mentalidade dos alunos desde os primeiros semestres (P3). Como se pode perceber, cada professor considera o uso de um ambiente virtual, porém cita outra característica considerada fundamental para o uso ou não desse recurso.

Por fim, a maioria (P4, P5, P6, P7, P8 e P9) considera o uso de um ambiente virtual, formando a categoria do *Sim utilizaria um material virtual*. Alguns relatos dos professores: **com certeza, seria muito bem aproveitado (P5); com certeza seria de grande auxílio. A bibliografia existente se restringe aos livros de ensino médio. Os alunos ficam constrangidos em consultá-los, talvez (P6); no momento já utilizo material virtual como apoio, mas de forma mais improvisada. Se estiver disponível um material especificamente para isso, com certeza eu utilizaria (P7).** Nessa questão, pode-se perceber a divergência de ideias em relação aos professores P10 e P11 com o professor P6. Em um mapeamento realizado em anais de eventos (PUHL; MÜLLER, 2017), não se encontrou nenhuma pesquisa que abordasse a construção de um ambiente virtual para recuperar defasagens do Ensino Médio para estudantes de Engenharia Elétrica, a pesquisa que mais se aproxima é de Pinto (2015)¹.

Por fim, realizou-se um levantamento para verificar quais características deveriam ter um material virtual que servisse de apoio para os estudantes aprenderem números complexos. Os resultados deste levantamento encontram-se na Figura 1.

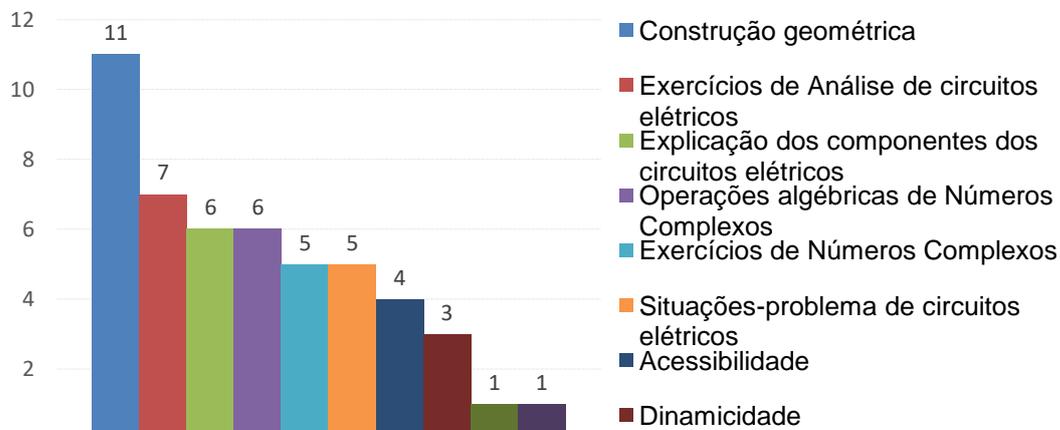


Figura 1 – Características consideradas relevantes para um material virtual. (Fonte: Elaborado pelos autores)

¹ Pinto (2015) criou o objeto de aprendizagem “Descomplicando os Complexos” para ensinar os números complexos, associado as aplicações na área de eletroeletrônica. O objeto de aprendizagem utiliza os softwares Geogebra e Exelearning, constituído de duas atividades para o Ensino Médio e de seis atividades para o Ensino Médio Técnico. Os estudantes participantes da pesquisa são estudantes do Curso Técnico em Equipamentos Biomédicos, da área de eletroeletrônica, do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG) da unidade de Belo Horizonte, em que no primeiro ano de curso estudaram números complexos para que no segundo ano aprendessem suas aplicações na área de eletroeletrônica. Por fim, Pinto (2015, p. 86) afirma que: “O objeto de aprendizagem cumpriu o seu papel, uma vez que permitiu ampla comunicação com o sistema, proporcionando interação entre os estudantes e as atividades propostas, além de estimulá-los a fazerem experimentações e simulações”.

Observa-se que todos os professores afirmaram que seria importante que o material utilizasse construções geométricas, sendo este um recurso para que os estudantes compreendessem os números complexos. Acessibilidade e dinamicidade não foram muito citadas, porém pela diversidade de *softwares* disponíveis, certamente são elementos importantes. Entre as opções disponíveis de material virtual, os OA parecem ser um recurso interessante, pois já existem pesquisas mostrando a sua eficácia (MONZON, 2012; PINTO, 2015; PUHL, 2016) e pelas suas características: reusabilidade ou flexibilidade; adaptabilidade; granularidade; acessibilidade; e interoperabilidade (BETTIO; MARTINS, 2002).

Além disso, devido aos diferentes modos de se compreender um conceito, decidiu-se construir um objeto de aprendizagem multimodal (OAM), sendo definido como “um objeto é multimodal se permitir que o usuário explore dois ou mais sentidos para captar, por meio de informações complementares verbais e não verbais, o mesmo conteúdo do conhecimento (conceito)” (LIMA *et al.*, 2014, p. 24). O modo verbal consiste de textos ou áudio e o não verbal de ilustrações, fotos, vídeos e animações (TAROUCO *et al.*, 2009). Desta forma, os estudantes utilizariam diferentes estímulos (visual, auditivo e físico) para construir significados sobre os conhecimentos (LIMA *et al.*, 2014).

4. Considerações finais

Em pesquisas similares já publicadas sobre a temática desta investigação, teve-se o conhecimento que estudantes de Engenharia Elétrica de uma instituição de Ensino Superior da Serra Gaúcha apresentavam defasagens em relação aos conhecimentos envolvendo números complexos (MORALES; PUHL; LIMA, 2013; PUHL; LIMA, 2014). Neste trabalho buscou-se compreender, na perspectiva de professores de Engenharia Elétrica, as dificuldades que os estudantes apresentam sobre os números complexos e as estratégias didáticas utilizadas pelos mesmos para sanar essas dificuldades.

Nesta pesquisa constatou-se que, não são somente os estudantes de Engenharia Elétrica da instituição de Ensino Superior da Serra Gaúcha, tem dificuldade em efetuar operações com números complexos, mas que este é um problema presente, também, em outras instituições de Ensino Superior. A falta de compreensão sobre situações contextualizadas de utilização dos complexos são um fator para que os professores não trabalhem este conteúdo no Ensino Médio (BARROS, 2014; PORTOLAN, 2017)

A maioria dos professores participantes desta pesquisa observa que o conhecimento sobre números complexos precisaria ser obtido no Ensino Médio. Desta forma, os estudantes ingressariam nos cursos de Engenharia tendo a possibilidade de compreender os conhecimentos específicos da Engenharia, que utilizam este como pré-requisito. Coelho (2013, p. 4) coloca que: “esse despreparo dos alunos não é esperado pelos professores de ensino superior, que começam a lecionar a disciplina ao qual foi encarregado, imaginam que os alunos já saibam todo o conteúdo que deveriam ser pré-requisitos”.

Buscando preencher essas lacunas de aprendizagem, os professores explicam os conceitos, realizam exemplos e propõem exercícios, ou seja, um ensino baseado na repetição, no qual os estudantes têm dificuldade em construir significados e de aprenderem efetivamente.

Não cabe julgar a estratégia didática adotada pelos professores, pois o foco da sua disciplina não são os conceitos e operações com números complexos, mas sim suas aplicações na Matemática ou na Engenharia Elétrica.

Diante desse cenário, sugere-se a utilização de um material virtual de apoio aos estudantes, por exemplo um OAM, construído seguindo as orientações de uma teoria de aprendizagem, como a Teoria de Aprendizagem Significativa de Ausubel, que, possivelmente, irá promover resultados melhores, em termos de aprendizagem, do que a estratégia didática normalmente adotada pelos professores. Acreditando no potencial dos materiais virtuais, a maioria dos professores (82%) considerou a possibilidade de sua utilização, em sala de aula ou em atividade extraclasse, permitindo que o tempo em sala de aula seja destinado a utilizá-los nas aplicações específicas de cada disciplina. Assim, o OAM teria o objetivo de construir o conhecimento base de números complexos, os conceitos e operações identificados na segunda pergunta aplicada no questionário desta investigação.

Para finalizar as considerações, traz-se uma observação do professor P7: ***Acho muito importante o material abordar os números complexos. Se esse material for voltado para Engenharia com aplicação em análise de circuitos, é interessante que se apresente os componentes de circuitos elétricos como forma de contextualização, assim como a apresentação de um ou dois exercícios de análise de circuitos. Entretanto essa parte é secundária. O material deve ser bem aprofundado na parte matemática dos números complexos.***

Por fim, conclui-se que os estudantes apresentam dificuldades em lidar com os números complexos e que, em geral, a estratégia adotada pelos professores de Ensino Superior compromete o tempo destinado as aplicações específicas das disciplinas. Em geral, o tempo de cada disciplina é insuficiente para desenvolver todos os conteúdos e a necessidade de revisão de conteúdos do ensino médio pode comprometer ainda mais o desenvolvimento daquilo que deveria ser trabalhado. A tecnologia, por meio de material virtual como um OAM, pode auxiliar os estudantes a sanarem essas defasagens, compreendendo os números complexos por meio de uma visão geométrica.

5. Referências

BARROS, A. L. C. **Números Complexos no Ensino Médio**. 2014. 57 f. Dissertação (Mestrado). Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.

BATISTA, S. C. F. **SoftMat**: Um Repositório de Softwares para Matemática do Ensino Médio - Um Instrumento em Prol de Posturas mais Conscientes na Seleção de Softwares Educacionais. 2004. 186 f. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual do Norte Fluminense, Rio de Janeiro, 2004.

BETTIO, R. W.; MARTINS, A. **Objetos de Aprendizado**: Um novo modelo direcionado ao Ensino a Distância. São Paulo: Cortez, 2002.

BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). **Educação matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo (SP): Cortez, 2004.

BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. 5.ed. Belo Horizonte (MG): Autêntica, 2013.

COELHO, M. C. B. **Números Complexos e suas aplicações geométricas no ensino superior**. 2013. 112 f. Dissertação (Mestrado). Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, Rio de Janeiro, 2013.

COSSETIN, S. R.; FRISON, M. D. Significados e sentidos compartilhados em atividades de ensino e de estudo no processo de formação de conceitos da Física com estudantes de Engenharia. **Ensino de Ciências e Tecnologia em Revista – ENCITEC**, v. 12, n. 3, 8 dez. 2022.

COSTA, J. C. **Números Complexos: uma abordagem com ênfase em aplicações na matemática e em outras áreas**. 2016. 67 f. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2016.

CRESWELL, J. W. **Projeto de Pesquisa: Métodos qualitativo, quantitativo e misto**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

ELI, J. **Números complexos e suas aplicações: uma proposta de ensino contextualizado com abordagem histórica**. 2014. 171 f. Dissertação (Mestrado). Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2014.

GERMANO, J. G. C. **Uma proposta de abordagem dos Números Complexos com o uso do Geogebra**. 2016. 132 f. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2016.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais**. 3.ed. Rio de Janeiro: Record, 1999.

GUDWIN, R. **Aprendizagem Ativa**. Disponível em: <http://faculty.dca.fee.unicamp.br/gudwin/activelearning>. Acesso em: 14 nov. 2017.

JUNIOR, V. P. V. B. **Números Complexos: Interpretação geométrica e aplicações**. 2014. 58 f. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2014.

LIMA, J. V. *et al.* (Org.). **Objetos de aprendizagem multimodais: projetos e aplicações**. Barcelona (ES): Editorial UOC, 2014.

MELLO, S. Q.; SANTOS, R. P. O ensino de Matemática e a educação profissional: a aplicabilidade dos números complexos na análise de circuitos elétricos. **Acta Scientiae**. Canoas, n. 2, 2005, p. 51-64.

MONZON, L. W. **Números Complexos e funções de variável complexa no ensino médio uma proposta didática com uso de objeto de aprendizagem**. 2012. 134 f. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. C. **Análise textual discursiva**. 3. ed. ver. e ampl. Ijuí: Ed. Unijuí, 2011.

MORALES, A. C.; PUHL, C. S.; LIMA, I. G. Números complexos e corrente alternada: um contexto interdisciplinar. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, 41., 2013, Gramado. **Anais...** Gramado: UFRGS, 2013.

NETO, R. V. O ensino de números complexos. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba, 2013.

PINTO, J. E. **Objeto de aprendizagem para o ensino de Números Complexos com aplicações na área técnica em Eletroeletrônica**. 2015. 112 f. Dissertação (Mestrado Profissional). Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2015.

PORTOLAN, J. **A importância do ensino de números complexos no Ensino Médio, na visão dos professores de matemática, em alguns municípios da região oeste do Paraná**. 2017. 96 f. Dissertação (Mestrado). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2017.

PUHL, C. S. **Números complexos: interação e aprendizagem**. 2016. 244 f. Dissertação (Mestrado). Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul, 2016.

PUHL, C. S.; LIMA, I. G. From Vectors to the Complex Numbers. In: ACTIVE LEARNING IN ENGINEERING EDUCATION WORKSHOP, 12., 2014, Caxias do Sul. **Anais...** Brasília: ABENGE, 2014. p. 300-07.

REIS, A. C. M. **A Aplicação dos Números Complexos aos Circuitos de Corrente Alternada no Ensino Técnico: Uma análise no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí (IFPI)**. 2009. 98 f. Dissertação (Mestrado). Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2009.

TAROUCO, L. M. R. *et al.* Multimídia Interativa: Princípios e Ferramentas. **Renote - Revista Novas Tecnologias em Educação**, v. 7, n. 1, 2009, p. 1-9.

WILEY, D. **The instructional use of learning objects**, 2000. Disponível em: <http://reusability.org/read/>. Acesso: 21 maio 2017.