

SITUAÇÕES DIDÁTICAS PROFISSIONAIS (SDP) PARA A FORMAÇÃO CONTINUADA EM SERVIÇO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: UM ESTUDO DIRECIONADO AO ENSINO DE SISTEMAS LINEARES

*PROFESSIONAL TEACHING SITUATIONS (SDP) FOR CONTINUING IN-SERVICE TRAINING
OF MATHEMATICS TEACHERS: A STUDY AIMED AT TEACHING LINEAR SYSTEMS*

Maria Graciene Moreira dos Santos¹, Francisco Régis Vieira Alves², Francisco Daniel Souza de Lima³

Recebido: fevereiro/2023 - Aprovado: fevereiro/2025

RESUMO: Este artigo apresenta uma pesquisa bibliográfica centrada na Situação Didática Profissional (SDP), fundamentada na integração dos pressupostos da Didática Profissional e da Teoria das Situações Didáticas. O objetivo principal é propor uma caracterização de uma SDP voltada ao ensino de sistemas de equações lineares, destacando como essas situações podem contribuir para a formação dos professores. A pesquisa revisita teorias relevantes e sua influência na definição e concepção das SDPs, estabelecendo a relação direta com a identificação de obstáculos profissionais, que são abordados por meio do conhecimento pragmático do professor. As SDPs discutidas neste trabalho foram estruturadas com base na identificação de obstáculos, especialmente no contexto do ensino de sistemas de equações lineares. O artigo busca, assim, colaborar com a formação continuada dos docentes e contribuir para a reflexão sobre sua prática pedagógica, promovendo a construção e adaptação dos conceitos organizadores de sua ação.

PALAVRAS-CHAVE: Obstáculos profissionais, Formação continuada, Situação Didática Profissional, Ensino de Sistemas Lineares, Pragmatismo Docente.

ABSTRACT: This article presents a bibliographical research focused on the Professional Didactic Situation (SDP), based on the integration of the assumptions of Professional Didactics and the Theory of Didactic Situations. The main objective is to propose a characterization of a SDP focused on teaching systems of linear equations, highlighting how these situations can contribute to teacher training. The research revisits relevant theories and their influence on the definition and design of SDPs, establishing a direct relationship with the identification of professional obstacles, which are addressed through the teacher's pragmatic knowledge. The SDPs discussed in this work were structured

- 1 <https://orcid.org/0000-0003-1982-8783>. Doutoranda em Ensino, com ênfase em Ensino de Matemática (RENOEN/IFCE). E-mail: Gracienemoreira546@gmail.com
- 2 <https://orcid.org/0000-0003-3710-1561>. Professor Titular do Departamento de Matemática e Física do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará – Campus Fortaleza. Bolsista de Produtividade em Pesquisa do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq. (2020 – 2026). E-mail:fregis@ifce.edu.br
- 3 <https://orcid.org/0000-0003-2575-8857>. Professor da Secretaria de Educação do Estado do Ceará. Mestre em Ensino de Ciências e Matemática - ENCIMA pela Universidade Federal do Ceará - UFC. E-mail:danielufc.souza@gmail.com.





based on the identification of obstacles, especially in the context of teaching systems of linear equations. The article thus seeks to collaborate with the continuing education of teachers and contribute to the reflection on their pedagogical practice, promoting the construction and adaptation of the concepts that organize their action.

KEYWORDS: Professional obstacles, Continuing training, Professional Didactic Situation, Teaching Linear Systems, Teaching Pragmatism.

Introdução

A formação continuada em serviço é realizada no próprio ambiente de trabalho, sendo esta criada e desenvolvida de acordo com a necessidade e realidade do *locus* laboral (FLORIDE E STEINLE, 2008), desse modo, tratando-se do professor de matemática, estamos nos referindo ao ambiente escolar. Sales (2004) faz menção ao termo, definindo-o como uma “reflexão da reflexão da prática”, partindo do pressuposto de que o saber fazer tem que partir obrigatoriamente de sua prática, tendo esta como preocupação “à valorização da prática docente como a única possibilidade de êxito do professor aplicar criativamente a racionalidade técnica obtida no processo de aquisição de competências escolares” (SALES, 2004, p. 5).

Entre as contribuições teóricas voltadas à formação de professores, destacam-se as pesquisas francesas em Didática da Matemática, particularmente aquelas relacionadas à Didática Profissional (DP). A DP se baseia na análise das ações desenvolvidas no trabalho para promover a aprendizagem do profissional. Segundo Fontenele e Alves (2021), a formação docente nesse campo deve considerar obstáculos profissionais, conhecimentos epistêmicos-didáticos e conceitos pragmáticos, denominados “organizadores da ação”.

Com o objetivo de atender às demandas da formação continuada do professor de matemática, pesquisas recentes, como as de Alves (2018, 2019, 2020), Alves e Catarino (2019) e Alves e Jucá (2019), destacam o conceito de Situação Didática Profissional (SDP). Essa proposta se fundamenta na complementaridade entre a Didática Profissional (DP) e a Teoria das Situações Didáticas (TSD), explorando como as situações reais de trabalho podem ser transformadas em contextos formativos significativos. A partir dessa perspectiva, a concepção de uma SDP emerge da identificação de obstáculos profissionais enfrentados no dia a dia do professor. Esses obstáculos são pontos de partida para a organização de formações que favorecem a construção de conceitos pragmáticos e culminam na aquisição de competências profissionais, atendendo as necessidades do ensino de matemática no ambiente escolar.

Apesar dos avanços nas discussões sobre SDPs, ainda há uma carência de estudos que, além de investigar seu uso, proponham um modelo conceitual estruturado para sua aplicação. Essa lacuna motiva a presente pesquisa, que busca responder a seguinte questão: como a aplicação das SDPs pode contribuir para superar os obstáculos no ensino de matemática, particularmente no ensino de sistemas de equações lineares, e promover o desenvolvimento de competências docentes?



Para abordar essa questão, o trabalho revisita o conceito de SDP por meio de uma análise teórica, explorando a evolução do termo e sua aplicabilidade no contexto da educação matemática. Além disso, o estudo propõe uma caracterização prática da SDP, exemplificada por meio de duas situações didáticas que demonstram como ela pode ser implementada no cotidiano escolar.

Para investigar e aprofundar a abordagem proposta, optou-se pela pesquisa de caráter bibliográfico, que se caracteriza pela análise sistemática de obras publicadas, visando ao embasamento científico e a atualização do conhecimento. Segundo Gil (2002) e Marconi e Lakatos (2003), essa metodologia organiza e examina fontes documentais de forma criteriosa, permitindo uma reflexão fundamentada sobre os temas investigados.

Nas seções que seguem, serão apresentados os quadros teóricos que embasam o progresso desta proposta investigativa. Posteriormente, serão descritos dois modelos práticos de aplicação da Situação Didática Profissional (SDP), exemplificando como essa abordagem pode ser implementada no contexto educativo. Também será discutida a possibilidade de que, durante a aplicação dessas situações, os professores possam vivenciar momentos de desenvolvimento profissional, superando obstáculos e aprimorando competências docentes. Por fim, as considerações finais sintetizarão os principais achados do estudo, apontando reflexões e perspectivas para futuras pesquisas.

Didática Profissional

A Didática Profissional (DP) surgiu na França na década de 1990, com o principal objetivo de intensificar a aprendizagem em adultos e desenvolver competências profissionais por meio da análise do trabalho (PASTRÉ, 1999). Esse campo consolidou-se a partir da integração de práticas conhecidas como Engenharia de Formação e de três correntes teóricas: Ergonomia Cognitiva, Psicologia do Desenvolvimento e Didática das Disciplinas (PASTRÉ, MAYEN & VERGNAUD, 2006). Essa união permitiu aprofundar os estudos sobre os processos de formação e o desenvolvimento de competências e habilidades diretamente relacionados ao ambiente de trabalho (ALVES, 2019).

A Engenharia de Formação, como campo prático, baseia-se na premissa de que o ambiente de trabalho é o principal espaço para o desenvolvimento profissional. É por meio da análise sistemática das atividades realizadas nesse contexto que se constroem dispositivos específicos para a formação. Com o passar das décadas, transformações no mundo do trabalho tornaram evidente a necessidade de análises mais detalhadas sobre as práticas laborais. Essas mudanças impulsionaram um enriquecimento do conhecimento sobre o trabalho e fomentaram o avanço de métodos científicos aplicados à formação profissional.

A análise do trabalho tem como principal objetivo a construção de dispositivos de treinamento voltados para o desenvolvimento de competências. De forma análoga, a DP utiliza as situações de trabalho como suporte para o treinamento de habilidades e a formação de profissionais. Na DP, a análise do trabalho desempenha um papel duplo: por um lado, serve como etapa preliminar para a construção



de dispositivos formativos; por outro, em sua dimensão reflexiva, configura-se como um instrumento essencial para a aprendizagem (PASTRÉ, MAYEN & VERGNAUD, 2006).

Essa abordagem de análise no contexto da DP está ancorada na interseção de duas correntes teóricas complementares: a Ergonomia Cognitiva, de Leplat (2000), e a corrente da Conceituação em Ação, desenvolvida por Gérard Vergnaud (1996). Enquanto a Ergonomia Cognitiva foca na compreensão dos processos cognitivos envolvidos no desempenho das atividades de trabalho, a Conceituação em Ação explora como os sujeitos mobilizam conceitos e esquemas cognitivos para agir em situações concretas, integrando teoria e prática.

De acordo com Pastré (2017), essas correntes convergem para um ponto central na DP: a relação entre situação e atividade. Essa relação destaca a importância da aprendizagem que emerge da ação e da reflexão sobre a atividade em contextos situacionais específicos. Assim, a DP fundamenta-se na ideia de que a formação não apenas desenvolve habilidades técnicas, mas também promove uma compreensão mais ampla e reflexiva sobre as atividades profissionais, potencializando a aprendizagem no próprio ambiente de trabalho.

Pastré (2002) destaca que, é indispensável possuir um conhecimento mínimo sobre uma situação de trabalho e suas características para compreender as atividades realizadas por aqueles que as operam. Essa perspectiva enfatiza a relação entre o contexto (situação) e a ação (atividade), que constitui um dos fundamentos da Didática Profissional (DP). Mayen (2012, p. 62) reforça essa ideia ao descrever a situação como: “a) o que os profissionais ou futuros profissionais estão lidando; b) o que eles têm que fazer (encontrar uma maneira de realizar as tarefas, resolver todos os tipos de dificuldades) no sentido de que têm de suportar e adaptar-se a ela”.

Essa concepção evidencia que, no contexto da DP, é essencial delimitar o núcleo teórico central da pesquisa no par situação-atividade. Compreender a atividade pressupõe um estudo detalhado da situação em que ela ocorre, já que é no cruzamento entre essas dimensões que emergem os elementos formativos e os desafios do trabalho.

Analisar a relação entre situação e atividade, conforme os pressupostos da DP, exige compreender como se dá a construção e o entendimento das competências profissionais. Nesse sentido, Vergnaud (1991), com sua Teoria dos Campos Conceituais, fornece um elo teórico essencial para adaptar o conceito de conceituação em ação ao contexto da DP. O autor argumenta que, para analisar as competências, é necessário investigar a organização da ação, isto é, compreender como o sujeito estrutura suas ações, tanto cognitivamente quanto pragmaticamente, ao enfrentar situações desafiadoras.

Nesse contexto, a análise do trabalho, segundo a DP, deve considerar os conceitos pragmáticos como instrumentos diagnósticos que ajudam a interpretar as ações dos trabalhadores e a organização de suas atividades. Esses conceitos não apenas descrevem as práticas, mas também oferecem uma visão sobre as competências mobilizadas durante as atividades, tornando-se fundamentais para o desenvolvimento de dispositivos formativos eficazes.



A partir dessa perspectiva, a construção de formações baseadas nos princípios da DP requer a utilização de situações representativas. Como destacam Pastré (2004 apud Tourmen, 2014, p. 94), “a formação pode ser organizada em torno das situações representativas de uma profissão. Neste caso, é a situação que é um princípio organizador”. Neste seguimento, os autores Mayen e Olry (2012, p. 93 apud Alves e Catarino 2019, p.113) destacam que:

Uma situação profissional é um ambiente delimitado com o qual a pessoa está em interação. A situação constituída de configuração física, institucional, técnica, social na e com a qual o profissional é levado a agir. É uma forma social, unidade relativamente circunscrita, mas, suscetível de evoluções, constituída de propriedades relativamente estáveis e identificáveis. A experiência que se constitui é em entender, inicialmente, como uma certa forma de situação que se apresenta aos jovens adultos, estudantes ou aprendizes, proposta ou imposta, com suas características (profissionais, sociais etc.)” (MAYEN; OLRy, 2012, p. 93 apud ALVES; CATARINO, 2019, p. 113).

A análise realizada pela DP no contexto do trabalho ocorre por meio das situações profissionais, que desempenham um papel central na compreensão das relações entre trabalho, aprendizagem e treinamento (ALVES; CATARINO, 2019). Essas situações constituem a base para investigar como os profissionais interagem com os desafios do ambiente laboral, permitindo que as atividades sejam analisadas tanto em seus aspectos cognitivos quanto pragmáticos.

No tópico seguinte, aprofundaremos a Teoria das Situações Didáticas, concentrando-nos na ideia de situação didática. Essa abordagem será fundamental para a construção do conceito de Situação Didática Profissional (SDP), que constitui o tema central de nossa pesquisa. A integração entre as perspectivas da DP e da Teoria das Situações Didáticas nos permitirá propor um modelo formativo ancorado em situações reais e significativas do trabalho docente.

Teoria das Situações Didáticas

A Teoria das Situações Didáticas (TSD) é uma abordagem de ensino originada na França, desenvolvida no contexto dos estudos conduzidos pelo Instituto de Investigação do Ensino de Matemática (IREM). Segundo Brousseau (1986), a TSD busca promover o processo de aprendizagem por meio de diferentes situações que podem ser reproduzidas e adaptadas ao ambiente educacional. A teoria foca na interação do trinômio professor-aluno-saber, destacando a relação dinâmica entre esses elementos (ALVES, 2016).

Brousseau (2002) enfatiza o papel dos matemáticos e professores na estruturação e contextualização dos conteúdos a serem trabalhados em sala de aula. O objetivo é evidenciar para os estudantes não apenas a relevância de determinado tema, mas também como ele pode ser reconhecido e aplicado no cotidiano. Nesse contexto, percebe-se que as situações didáticas são definidas como instrumentos fundamentais para mediar a relação entre professor, aluno e saber, promovendo a construção ativa do conhecimento. As situações didáticas são definidas como:



O conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou grupo de alunos, um certo milieu (contendo eventualmente instrumentos ou objetos) e um sistema educativo (o professor) para que esses alunos adquiram um saber constituído ou em constituição (BROUSSEAU, 1978 apud ALMOULOU 2007, p. 33).

Fazendo referência à epistemologia construtiva de Piaget (1896–1980), Brousseau (2008) destaca que, em sua teoria, o aluno pode adquirir conhecimentos a partir das interações e experiências que ocorrem quando este se adapta ao meio no qual as situações são desenvolvidas. Contudo, ressalta-se que, se o ambiente de aprendizagem for criado sem uma intenção didática clara, ele se torna insuficiente para possibilitar ao aluno a aquisição efetiva do conhecimento matemático.

Segundo Brousseau (2002), uma situação didática é aquela cuidadosamente planejada pelo docente, como ocorre em um ambiente escolar, dentro da sala de aula. Dentro desse contexto, uma parte essencial é a situação a-didática, que também é elaborada pelo professor, mas que permite ao aluno atuar de maneira autônoma, percebendo o caminho a ser trilhado para compreender um novo saber.

Para estruturar e modelar as situações didáticas, Brousseau identifica e descreve quatro momentos fundamentais, que estão diretamente relacionados à interação do aluno com o saber e à forma como ele constrói o conhecimento. Esses momentos são: ação, formulação, validação e institucionalização.

Dialética da Ação: Consiste na “sucessão de interações entre o aluno e o meio” (Brousseau, 2002, p. 9). Nessa etapa, o estudante experimenta e explora o problema, interagindo com os elementos da situação proposta.

Dialética da Formulação: Ocorre quando o aluno expõe suas questões, ideias e hipóteses, compartilhando-as de maneira compreensível para seus colegas e o professor. Esse é um momento de debate coletivo, no qual busca-se construir modelos e estratégias para resolver o problema apresentado (Brousseau, 2002).

Dialética da Validação: Aqui, o aluno defende suas ideias e estratégias, buscando validar seus pensamentos e teorias. Ele tenta convencer os demais de sua abordagem ou, diante de novos argumentos, reformula sua posição. Esse processo contribui para a construção de teorias e para o desenvolvimento do pensamento crítico (Brousseau, 2008).

Dialética da Institucionalização: Neste momento, “o professor fixa convencionalmente e explicitamente o estatuto cognitivo do saber” (Almouloud, 2007, p. 40). Após os debates e exposições, o docente organiza e sintetiza as ideias apresentadas, formalizando e esclarecendo os conceitos trabalhados.

Essa estrutura teórica reforça o papel ativo do estudante na construção do conhecimento e a importância do professor como mediador e organizador do processo de aprendizagem. No tópico seguinte, apresentamos o conceito de SDP, que é fundamentado na complementaridade entre a DP e a TSD, e tem se mostrado uma abordagem inovadora com contribuições significativamente para a melhoria das práticas docentes, especialmente em pesquisas desenvolvidas no Brasil.



Situação Didática Profissional

Alves (2018, 2019, 2020), Alves e Catarino (2019) e Alves e Jucá (2019) sugerem a Situação Didática Profissional (SDP) como uma abordagem central para a formação do professor de matemática. Alves (2018) define a SDP por meio da equação $SDP = UT + DP$, a qual estabelece a interdependência entre dois elementos fundamentais para a construção dessa situação: o lócus de trabalho (UT) e elementos da Didática Profissional (DP).

A SDP é estabelecida por Alves (2019, p. 269) como um conjunto de situações características elementares para o trabalho efetivo do professor, a qual “envolve elementos afeitos à modelização e teorização visando antever determinados obstáculos para a atividade sala de aula, para a atividade profissional no posto de trabalho e na própria instituição”. O autor ainda discorre que a equação exposta anteriormente visa “objetivar uma situação didática, modelando um conjunto de situações capazes de fornecer a gênese de concepções pragmáticas e conhecimentos intimamente derivado de tarefas fundamentais e intrínsecas da profissão do professor de matemática”.

No trabalho de Alves e Catarino (2019), essa interdependência entre as definições de situação didática, situação profissional e situação didática profissional é mais detalhadamente explorada. Eles enfatizam a SDP como uma confluência dessas duas primeiras situações, destacando a forma como cada uma delas contribui para a formação de uma abordagem eficaz e integrada no processo de ensino-aprendizagem. No quadro 1, apresentamos as comparações descritas pelos autores para ilustrar essas relações.

Quadro 1: Comparativo entre as situações.

Situação Didáticas (SD)	Situações Profissional (SP)	Situação Didática Profissional (SDP)
É uma situação que descreve o ambiente didático do aluno, compreende tudo que se dedica a ensinar alguma coisa. Neste sentido, ele entende o professor, se ele se manifesta durante o desenvolvimento da situação ou não.	Conjunto de situações profissionais características, fundamentais e determinantes para a aquisição de um conhecimento situado no plano de atuação institucional (escolar), diante de tarefas oficiais, exigências de documentos normativos e determinantes do seu ofício e que deriva de um perfil de docente requerido pela sociedade.	Conjunto de situações ou situação característica, fundamental para o exercício efetivo do ofício do professor. Envolve elementos afeitos à modelização e teorização visando antever determinados obstáculos para a atividade da sala de aula, para a atividade profissional no posto de trabalho e na própria instituição.

Fonte: Alves e Catarino (2019, p. 124).

De acordo com as definições apresentadas pelos autores, a noção de Situação Didática Profissional (SDP) fundamenta a condução desta pesquisa, que se propõe a aplicar SDPs a professores em formação. O objetivo central é analisar as atividades realizadas por esses profissionais, com ênfase nos conceitos organizadores da sua ação, buscando avaliar o desenvolvimento de suas competências profissionais.

A competência profissional do professor, no entanto, não é algo simples ou de fácil verificação, dado que as situações em que os docentes são colocados muitas vezes se apresentam de forma imprevisível.



Para analisar e compreender essas dinâmicas, os quadros teóricos DP e TSD oferecem contribuições valiosas que auxiliam na análise da prática docente, visando a formação e o desenvolvimento de habilidades essenciais para os professores.

Um dos principais objetivos da SDP é a construção de conceitos pragmáticos, que funcionam como organizadores da ação do professor. Esses conceitos são fundamentais para a compreensão dos fenômenos derivados das situações de aprendizagem profissional, pois permitem ao professor identificar e agir de forma competente diante das demandas da prática docente.

A noção de conceito pragmático é central para a caracterização da SDP. Esse conceito se refere a um conjunto de conhecimentos específicos que são significativos para a prática do docente, focando diretamente na sua atividade profissional. Fontenele e Alves (2021, p. 31) indicam que os conceitos pragmáticos para o ensino funcionam como ferramentas fundamentais, capazes de promover um “aprendizado profissional bem-sucedido”.

No contexto da SDP, a competência do professor de matemática deve considerar três níveis que organizam como as competências do professor são analisadas, sendo eles: “(i) o plano da sala de aula; (ii) o plano do posto de trabalho; (iii) o plano geral da instituição de ensino escolar”, sendo explicada abaixo a descrição e o campo de aplicação:

- (i) Representada pelo binômio professor-estudantes, trata-se de um conjunto de situações profissionais características, fundamentais e determinantes para a aquisição de um conhecimento profissional pragmático e circunstanciado, e que proporciona, ainda, a compreensão e modelização e esquemas de ação e de antecipação do professor mobilizado em sala de aula;
- (ii) Composta pelo binômio professor-professores Conjunto de situações profissionais, características, fundamentais e determinantes para a aquisição de um conhecimento, situado e circunstanciado no posto de trabalho, cujo núcleo estruturante envolve um conhecimento pragmático, de ordem deontológica, essencialmente compartilhado pelos seus pares, e regras (explícitas ou não explícitas) definidas pelo grupo, condicionadas por documentos físicos, oficiais e normativos;
- (iii) Conjunto de situações profissionais características, fundamentais e determinantes para a aquisição de um conhecimento técnico situado no plano de atuação institucional (e escolar), diante de tarefas oficiais, exigências de documentos normativos, regras e determinantes do seu ofício e que deriva de um perfil de docente requerido pela sociedade (ALVES E CATARINO, 2019, p.118-119).

Diante das explanações apresentadas pelos autores referentes aos campos de análise, conclui-se que o professor não está limitado ao espaço da sala de aula e às intervenções realizadas nela. As SDPs propostas neste trabalho são caracterizadas no primeiro plano de análise do trabalho do professor, isto é, através da relação professor-aluno. Todavia, os demais planos também estão envolvidos, visto que se complementam e se inter-relacionam entre si.



Caracterização e aplicação prática

Após apresentar de maneira teórica a construção da ideia de Situação Didática Profissional, pretendemos apresentar a partir de agora uma caracterização prática do conceito de SDP, ressaltando os obstáculos profissionais e as potencialidades das situações formativas propostas.

Foram selecionadas duas situações a serem trabalhadas, com o objetivo de facilitar a compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos. Para isso, o software GeoGebra foi adotado como recurso didático, visto que ele contribui para a transposição didática do conteúdo matemático, oferecendo um suporte tecnológico que torna o aprendizado mais interativo e dinâmico. Como destacado por Santos e Alves (2018), o GeoGebra facilita essa transposição ao promover o raciocínio matemático e a modelagem do problema de forma interativa, utilizando os elementos matemáticos presentes em cada situação de maneira visual e acessível.

A utilização do GeoGebra nas SDPs proposta não exige um domínio avançado do *software* por parte dos professores em formação, uma vez que as tarefas envolvem apenas o manuseio básico das construções previamente elaboradas. Essa abordagem foi planejada para minimizar a dependência de habilidades tecnológicas específicas, permitindo que o foco permaneça no desenvolvimento e na compreensão dos conceitos matemáticos em questão. Contudo, reconhecemos que limitações práticas, como acesso ao *software* ou capacitação inicial, podem surgir. Para mitigar tais desafios, consideramos alternativas como a disponibilização de guias práticos simplificados, acesso prévio a computadores com o *software* instalado e a oferta de suporte técnico e pedagógico durante a execução das atividades, garantindo a viabilidade e a acessibilidade da proposta.

No contexto do ensino de álgebra, um dos principais obstáculos identificados é a abstração dos conteúdos. Para superar esse desafio, no quadro a seguir, apresentamos uma proposta de ação mediadora, com o intuito de apoiar o professor na superação de obstáculos profissionais relacionados ao ensino de sistemas lineares.

A escolha dos obstáculos apresentados está fundamentada em desafios frequentemente observados no ensino de sistemas lineares, que impactam diretamente a compreensão dos alunos. O primeiro obstáculo, relacionado à dificuldade de correlacionar as diversas linguagens dos sistemas lineares (natural, algébrica e geométrica), surge devido à complexidade de transitar entre essas representações, o que pode gerar dificuldades na percepção das interações entre as equações e suas soluções gráficas no plano cartesiano. O segundo obstáculo, relacionado ao uso de métodos de ensino que favoreçam a representação geométrica, reflete a resistência histórica a práticas pedagógicas que integrem a geometria no ensino de álgebra, especialmente no ensino de sistemas 3×3 .



Quadro 2: Plano de ação a ser executado

Obstáculo Profissional identificado	Situação Didática Proposta
Instituir procedimentos de ensino que possibilite correlacionar as diversas linguagens dos sistemas lineares, bem como, identificar os pontos de intersecção no plano cartesiano	Sugerir uma SPD que permita vincular as concepções das linguagens (natural - algébrica – geométrica).
Utilizar um método de ensino que beneficie a representação geométrica dos sistemas 3x3 e a compreensão dos diferentes tipos de classificação.	Propor uma SDP com ênfase na transformação da linguagem algébrica para a geométrica, e a manipulação dos planos no <i>software</i> .

Fonte: Elaboração da autora (2023).

No quadro anterior, apresentamos uma proposta de ação mediadora, e elencamos possíveis obstáculos profissionais a serem superados no ensino de sistemas lineares, do mesmo modo, o planejamento das situações didáticas profissionais, chamaremos de SDP I e SDP II.

Situação Didática Profissional I (SDP I)

A SDP I foi pensada a partir de um obstáculo profissional do professor na transformação da linguagem natural para a linguagem algébrica e geométrica dos sistemas 3x3 (planos). Diante disso, pretendemos adotar uma abordagem de ensino que beneficie a compreensão da construção dessas representações, bem como, a resolução dos sistemas de maneira prática. Desse modo, elencamos como um possível obstáculo didático, compreender a representação gráfica dos sistemas 3x3 e relacionar as representações de um mesmo sistema.

Para a realização da situação, listamos alguns elementos no qual podemos centrar a nossa reflexão. Sendo eles: reflexão sobre a construção do conhecimento a partir de atividades contextualizadas, por exemplo, a formação de sistemas e a classificação dos mesmos, bem como a associação entre as representações das diferentes linguagens apresentadas no problema (natural – algébrica – geométrica).

Quadro 3: Situação Didática Profissional I

Um estudante de matemática foi a papelaria e comprou x lápis, y borrachas e z canetas, o que lhe custou um certo valor em reais. Ele resolveu fazer uma brincadeira com seus colegas e pediu que, a partir de um sistema que ele montou, os estudantes calculassem quantas unidades de cada item ele comprou. O sistema que ele criou foi o seguinte:

$$\begin{cases} 2x + y + z = 8 \\ x + y + 4z = 15 \\ 3y + 2z = 9 \end{cases}$$

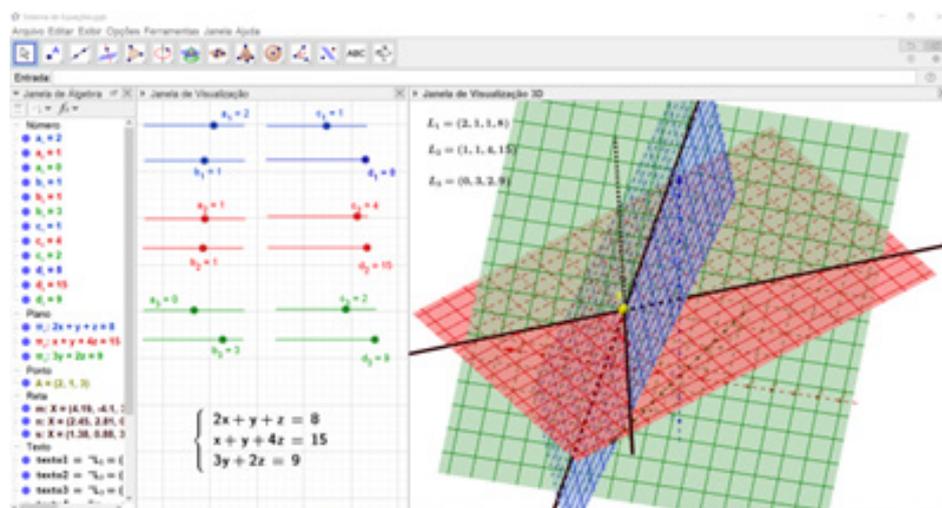
a) Digite as três equações na caixa de entrada e observe o que ocorre na janela de visualização 3D.

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).



É muito natural que o professor resolva o sistema de maneira algébrica e encontre o terno ordenado e que pela sua experiência tenha em mente que se trata da intersecção de três planos no espaço tridimensional. Ocorre que esse profissional, na maioria dos casos, perde a visualização dessa situação geométrica. Desse modo, o contato com a construção realizada no *software* proporciona essa facilitação. Então, pela interação com o problema, o docente poderá perceber que cada equação representa um plano espaço. Dessa interação com a construção, ele poderá movimentar os controles deslizantes que estão relacionados aos respectivos coeficientes das equações, bem como aos seus termos independentes. Então, verá que posicionando os seletores em , e encontrará o ponto intersecção de três planos satisfaz as três equações simultaneamente. Na figura 1 podemos perceber a transposição didática do problema no *software*:

Figura 1: Construção da SDP II.



Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Com o auxílio do *software*, percebemos a facilidade em chegar na resolução do problema, bem como, a compreensão das diferentes representações de um sistema. Na figura 1 apresenta-se as equações nas Janelas de Álgebra, de Visualização, bem como suas representações na Janela de Visualização 3D. É fundamental que o professor formador tenha experiência sobre a funcionalidade das ferramentas do GeoGebra para que a proposta tenha êxito, e não venha a tornar-se um obstáculo para a interpretação, compreensão da questão.

No item a), ao inserir as três equações na caixa de entrada, o *software* gera automaticamente a representação geométrica dos planos no espaço tridimensional. Essa funcionalidade não apenas auxilia na resolução, mas também facilita a classificação do sistema de forma intuitiva, minimizando a abstração geralmente percebida ao trabalhar com sistemas lineares em sua forma puramente algébrica.

Para resolver o item b), que solicita a determinação do ponto de intersecção dos três planos, o professor pode utilizar diferentes abordagens. Uma possibilidade é usar a barra de ferramentas, acionando o comando “intersecção de duas superfícies” e clicando em dois planos consecutivos. Após isso, é possível



ocultar as equações e observar apenas as retas resultantes, finalizando com o comando “intersecção de dois objetos” para determinar o ponto de intersecção. Outra alternativa é empregar os comandos diretamente na caixa de entrada do software, digitando “Intersecção” e utilizando a sintaxe apropriada, como “Intersecção(Objeto, Objeto)”, em combinação com os nomes atribuídos automaticamente às equações pelo *software*.

Avançando para o item d), o foco é promover uma reflexão sobre os métodos utilizados na solução do sistema. Pretende-se que os professores considerem as vantagens e limitações de cada método ou a possibilidade de associá-los, desenvolvendo uma argumentação fundamentada sobre as propriedades das equações e a classificação do sistema. Esse processo contribui para o fortalecimento do conhecimento teórico e prático do professor.

Através da resolução da SDP I, os professores podem refletir em outros pontos ainda não mencionados, como: importância de contextualizar problemas com exemplos práticos do dia a dia do aluno, bem como a consistência matemática por trás de cada situação didática proposta, fazendo com que este consiga entender onde poderá utilizar e perceber o objeto matemático em questão, além de uma organização de transposição do ensino, privilegiando o problema de maneira progressiva e por fim, a possibilidade de aliar a tecnologia ao ensino, percebendo as possibilidades que essas podem oferecer ao ensino de matemática e a transposição do conteúdo matemático.

Situação Didática Profissional II (SDP II)

No estudo de sistemas lineares, identificamos uma lacuna significativa na abordagem geométrica dos sistemas 3×3 nos livros didáticos atuais. Pesquisas realizadas com alunos da Educação Básica e do Ensino Superior revelam dificuldades tanto em explicar a abstração envolvida nesses sistemas quanto em definir suas classificações. Com base nisso, elencamos como um obstáculo didático a compreensão da representação gráfica dos sistemas. Para enfrentar esse desafio, propomos a realização de uma situação, com o objetivo de estimular a reflexão e o aprofundamento nesse aspecto.

A SDP II foi concebida como uma extensão da SDP I, porém com o propósito de enfatizar a interpretação das posições relativas dos três planos e suas soluções. Além disso, busca explorar a capacidade de generalização desenvolvida pelos professores em formação ao lidar com situações mais complexas. Nesse contexto, propomos três perguntas centrais a serem apresentadas e desenvolvidas pelos participantes: a) Proponha uma generalização do sistema trabalhado anteriormente; b) Com o auxílio dos controles deslizantes exposto no problema encontre as oito possibilidades para as posições relativas dos três planos, e explique-as de acordo com seu entendimento; c) Determine o sistema correspondente e a classificação associada a cada um deles. Para embasar essa proposta, recorreremos à abordagem apresentada por Dante (2013), que destaca as interpretações geométricas dos sistemas lineares 3×3 .

A SDP II visa promover a reflexão sobre as propriedades dos sistemas lineares e a associação entre suas representações algébrica e geométrica. O objetivo é incentivar os professores a modificarem sua



prática, incorporando o uso de tecnologias como ferramentas auxiliares, além de promover nos alunos a capacidade de estabelecer relações entre as diferentes linguagens do objeto matemático.

Para facilitar essa exploração, fornecemos um arquivo com uma construção⁴ pré-realizada no GeoGebra, que permitirá ao professor manipular controles deslizantes e a barra de ferramentas do *software*. Isso proporcionará uma visualização mais didática e concreta dos sistemas e suas soluções, facilitando a formulação e compreensão das ternas ordenadas.

Nas figuras expostas no quadro 4 apresentamos um exemplo de como essa exploração pode ser feita a partir da ferramenta controle deslizante. Friske et al. (2006) destaca que:

O uso de um controle deslizante possibilita causar variações em objetos (manualmente ou automaticamente), podendo também assumir a função de uma variável. Esta variável pode estar associada a um objeto matemático, o que permite a transição contínua entre estados intermediários do objeto estudado, destacando os aspectos invariantes. Além disso, a possibilidade de variar objetos garante o dinamismo nas representações e a manipulação de conceitos antes abstratos (FRISKE et al., 2016, p. 16).

Portanto, Para esta construção, buscamos enfatizar as diferentes representações dos sistemas lineares utilizando o controle deslizante no *software*. No item a), espera-se que o professor não tenha dificuldades em descrever a representação algébrica do sistema, que é composto por três equações definindo os planos π_1 , π_2 e π_3 , conforme mostrado abaixo:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 & (\pi_1) \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 & (\pi_2) \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 & (\pi_3) \end{cases}$$

Neste sistema, o ponto $P = (x, y, z)$ é solução se satisfizer simultaneamente todas as equações, ou seja, se P pertencer à interseção dos três planos $\pi_1 \cap \pi_2 \cap \pi_3$, associado a esse sistema, temos duas matrizes:

$$\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} (1) \text{ e } \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \end{bmatrix} (2)$$

Desse modo, os vetores- linha da matriz (1) são $l_1 = (a_1, b_1, c_1)$, $l_2 = (a_2, b_2, c_2)$ e $l_3 = (a_3, b_3, c_3)$. E os vetores- linha da matriz (2) são $L_1 = (a_1, b_1, c_1, d_1)$, $L_2 = (a_2, b_2, c_2, d_2)$ e $L_3 = (a_3, b_3, c_3, d_3)$ todos não- nulos (DANTE, 2013).

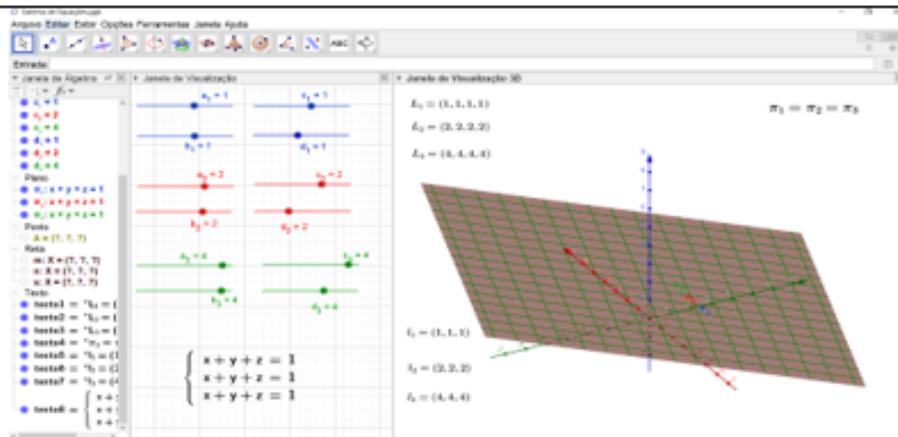
Desta forma, existem oito possibilidades para as posições relativas dos planos em discussão a serem investigadas pelo professor. Nesse ponto, nossa construção pode auxiliar na interpretação geométrica de cada uma delas possibilitando novamente a passagem do campo abstrato para o visual.

Para resolução do item b), espera-se que os professores em formação cheguem as seguintes soluções expostas no quadro seguinte.

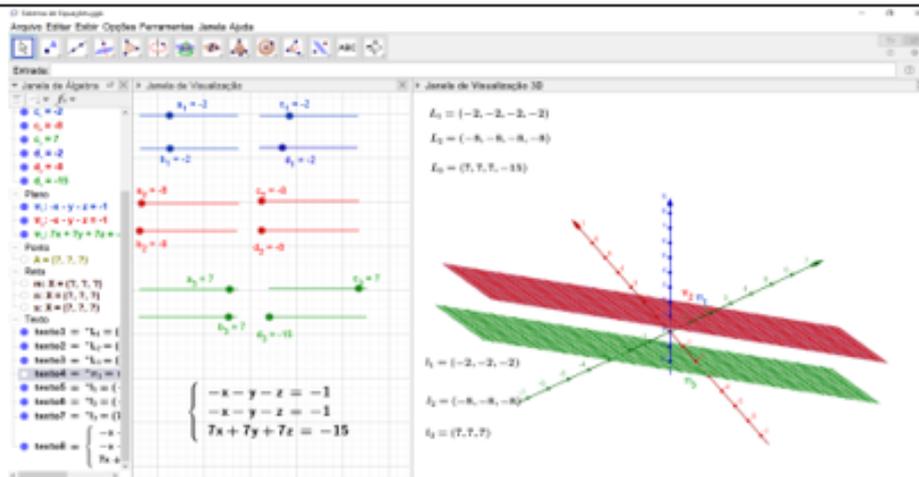


Quadro 4: Posição relativas dos planos

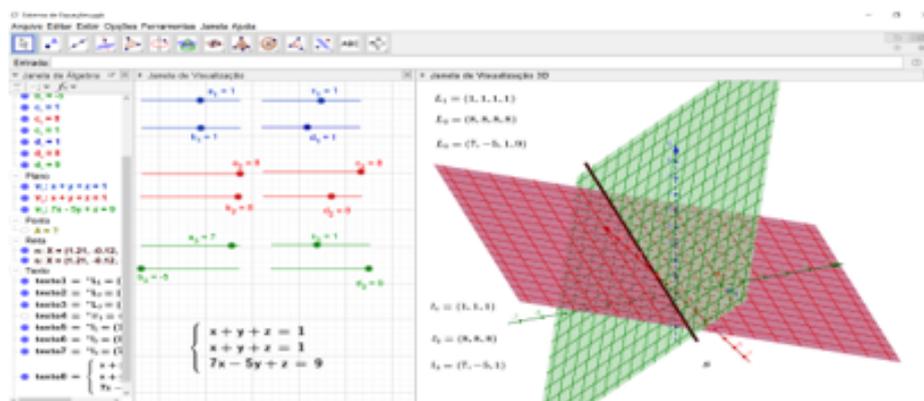
1. Os três planos coincidem: L_1 , L_2 e L_3 são múltiplos. O sistema é possível indeterminado.



2. Dois planos coincidem e o terceiro é paralelo a eles: $L_2 = kL_1$, logo $l_2 = kl_1$, $l_3 = ml_1$. Mas L_3 não é múltiplo de L_1 . O sistema é impossível.

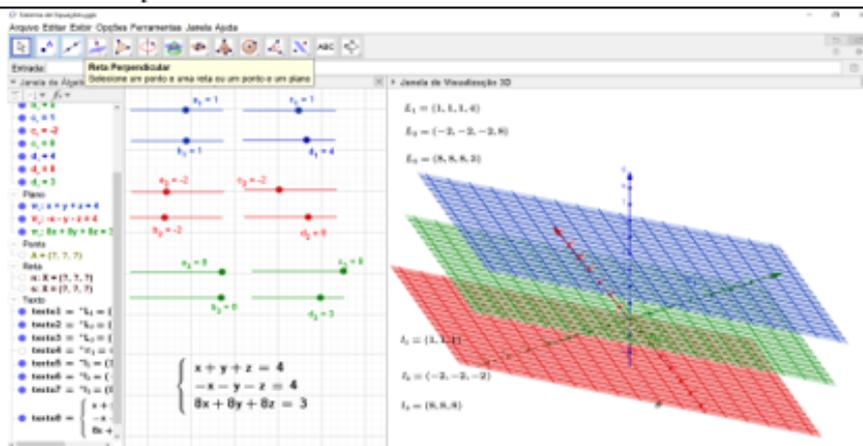


3. Dois planos coincidem e o terceiro os intersecta segundo uma reta: $L_2 = kL_1$, logo $l_2 = kl_1$, $l_3 = ml_1$. Mas l_3 não é múltiplo de l_1 . O sistema é possível indeterminado. Todos os pontos da reta s são soluções.

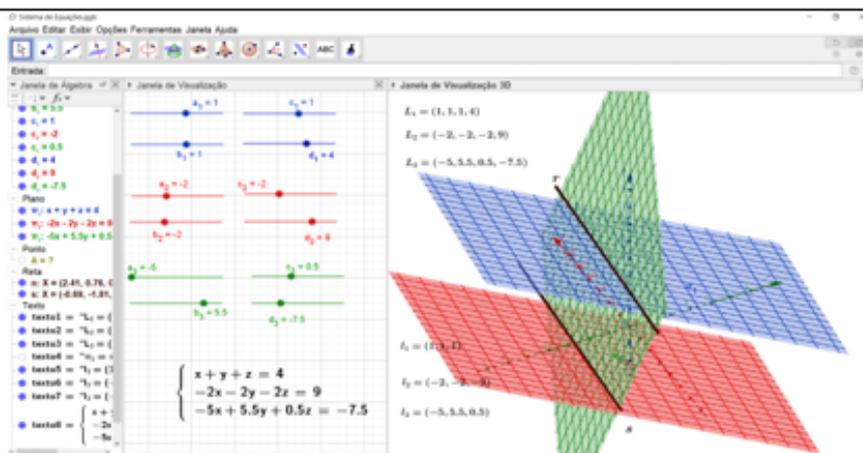




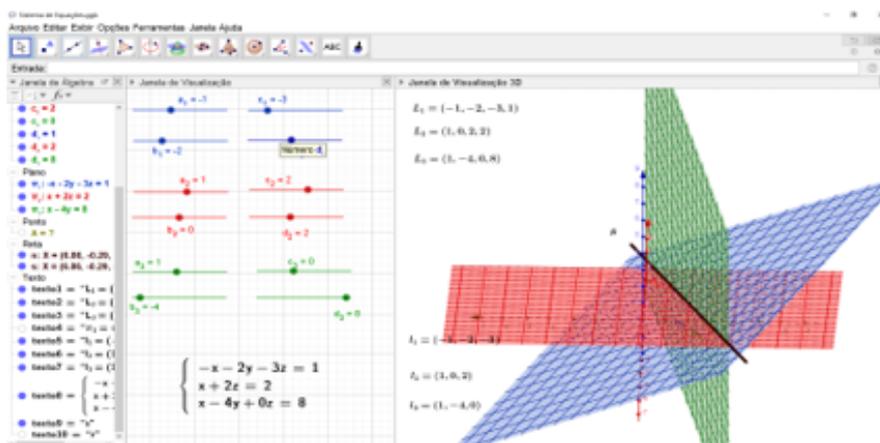
4. Os planos são paralelos dois a dois: L_1 , L_2 e L_3 não são múltiplos dois a dois, mas l_1 , l_2 e l_3 são. O sistema é impossível.



5. Dois planos são paralelos e o outro os intersecta segundo as retas paralelas r e s : $\pi_1 \cap \pi_2 = \emptyset$, pois são paralelos, $\pi_1 \cap \pi_2 \cap \pi_3 = \emptyset$. $l_2 = kl_1$, L_2 não é múltiplo de L_1 , porque $\pi_1 \nparallel \pi_2$. Ademais, l_3 não é múltiplo de l_1 , dado que $\pi_3 \nparallel \pi_1$. O sistema é impossível.

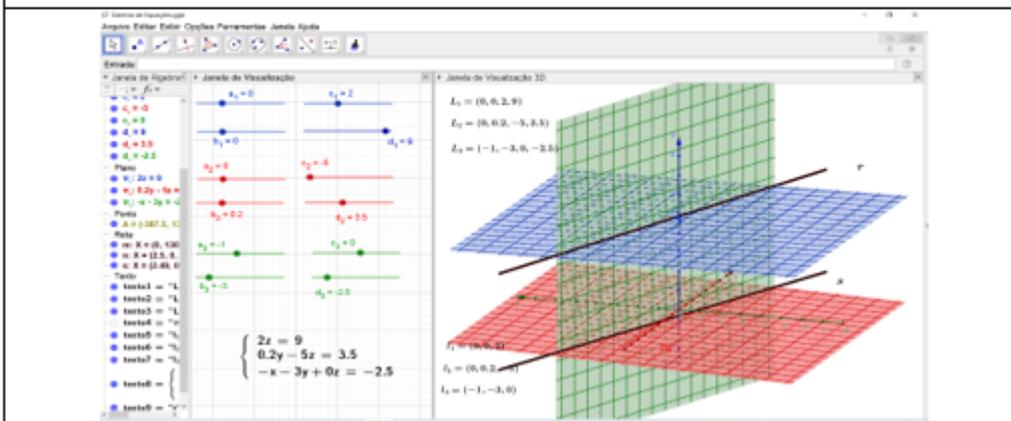


6. Os três planos são distintos e têm uma reta s em comum: l_1 , l_2 e l_3 não são múltiplos. L_3 é combinação linear de L_1 e L_2 . Assim, $L_3 = kL_1 + mL_2$. O sistema é possível e indeterminado.

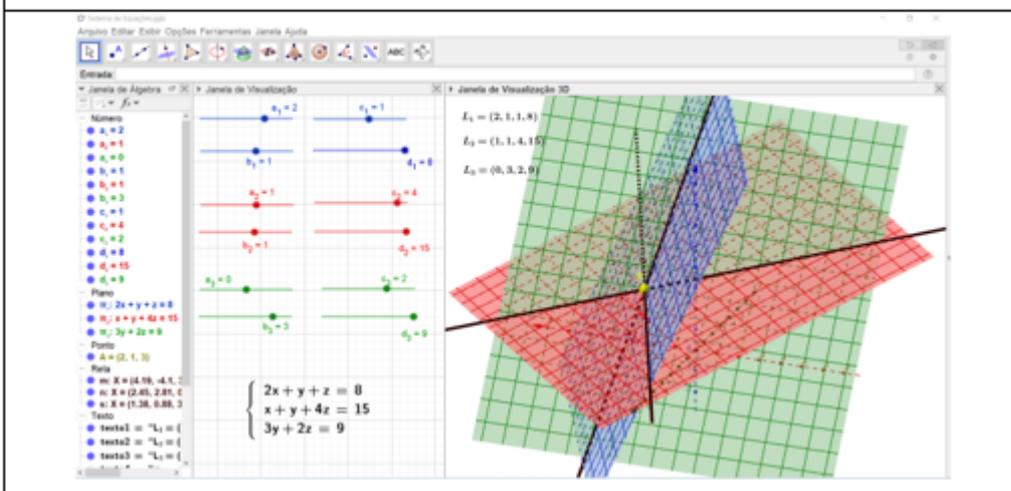




7. Os três planos se intersectam, dois a dois, segundo as retas paralelas, r e s umas às outras: os vetores l_1 , l_2 e l_3 não são múltiplos. É possível uma combinação linear $l_3 = kl_1 + ml_2$. Além disso, $L_3 \neq kL_1 + mL_2$. O sistema é impossível.



8. Os três planos têm um único ponto em comum: vetores l_1 , l_2 e l_3 são linearmente independentes.



Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Ao manipular os controles deslizantes apresentados no problema, será possível observar as variações na construção de novos sistemas, além de perceber de maneira intuitiva a classificação dos mesmos na janela 3D. Esse processo facilita a compreensão dos diferentes tipos de sistemas, especialmente no item c), que visa permitir a classificação dos sistemas de forma intuitiva, reduzindo a abstração muitas vezes associada à apresentação algébrica dos sistemas.

Considerações finais

Com base neste estudo, concluímos que a utilização de Situações Didáticas Profissionais é eficaz para promover a formação de professores de matemática, contribuindo para o desenvolvimento de competências profissionais essenciais. A proposta alcançou seus objetivos, criando situações didáticas voltadas para a formação docente, com base na identificação de obstáculos didáticos no ensino de sistemas



de equações lineares. As situações elaboradas evidenciam o potencial das SDPs em superar tais obstáculos e facilitar a compreensão de conceitos matemáticos complexos.

Destaca-se a complementaridade entre Didática Profissional e Teoria das Situações Didáticas, essencial para o desenvolvimento de SDPs eficazes. A identificação de obstáculos nos três planos de análise (sala de aula, trabalho do professor e instituição escolar) mostrou-se uma estratégia válida para planejar ações didáticas que atendam às necessidades específicas de cada contexto.

O uso de tecnologias, como o *software* GeoGebra, demonstrou ser um recurso valioso na visualização de conceitos matemáticos, tornando a abstração mais acessível e proporcionando uma experiência de aprendizagem mais concreta e significativa. A utilização do GeoGebra foi particularmente eficaz na representação geométrica de sistemas lineares, algo que, sem essa ferramenta, seria difícil de visualizar.

Em termos de implicações práticas, sugerimos que a implementação das SDPs seja realizada de maneira gradual, permitindo que professores experientes e em formação inicial possam explorar suas próprias dificuldades e aprender a antecipar obstáculos na sala de aula. Além disso, o desenvolvimento de atividades baseadas em tecnologia deve ser incorporado nas práticas pedagógicas, com foco na promoção da compreensão matemática dos alunos.

Por fim, destacamos que a pesquisa sobre SDPs no Brasil ainda é incipiente, e há uma necessidade urgente de ampliar o número de estudos nesta área. Trabalhos recentes, como o de Santos (2024), trazem importantes propostas práticas de aplicação de situações didáticas a professores com dados empíricos. Pesquisas futuras podem explorar a aplicação das SDPs em diferentes contextos educativos, além de investigar outras tecnologias que podem ser utilizadas para facilitar o ensino de matemática.

Agradecimentos

O segundo autor agradece o apoio e suporte financeiro concedido no Brasil pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq, correspondente ao Processo N° 305495/2022-4.

Referências

ALMOULOU, S. A. **Fundamentos da didática da Matemática**. Paraná: Editora UFPR, 2007.

ALVES, F. R. V. Didática da Matemática: Seus pressupostos de ordem epistemológica, metodológica e cognitiva. **Interfaces da Educação**, Paranaíba, v. 7, n. 21, p. 131-150, 2016.

ALVES, F. R. V. Didactique professionnelle (DP) et la théorie des situations didactiques (TSD): le cas de la notion d'obstacle et l'activité de professeur. **Em Teia: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, 9(3), 1-26, 2018.

ALVES, F. R. V. A vertente francesa de estudos da Didática Profissional: implicações para a atividade do



- professor de matemática. **VIDYA**, v. 39, n. 1, p. 255-275, 2019.
- ALVES, F. R. V.; CATARINO, P. M. M. Situação Didática Profissional: um exemplo de aplicação da Didática Profissional para a pesquisa objetivando a atividade do professor de Matemática no Brasil. **Indagatio Didactica**, v. 11, n. 1, p. 103-129, 2019.
- ALVES, F. R. V.; JUCÁ, S. C. S. Trabalho e competência do professor de Matemática: um ponto de vista a partir da Didática Profissional. **Revista Multidisciplinar em Educação**, v. 6, n. 14, p. 103-123, 2019.
- ALVES, F. R. V. Didactique professionnelle (didaprof): repercussão para a pesquisa em torno da atividade do professor de matemática. **Revista Paradigma**, 16(1), 1-54, 2020.
- BROUSSEAU, G. Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques. **Recherches em Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v.7, n. 2, pp.33-116, 1986.
- BROUSSEAU, G. **Theory of Didactical Situations in Mathematics: Didactique des Mathématiques**, 1970-1990. Edição e Tradução de N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland e V. Warfield. New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow: Kluwer Academic Publishers, 2002.
- BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: Conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Editora Ática, 2008.
- DANTE, L. R. **Matemática: contexto e aplicações**. 2.ed. São Paulo: Ática, 2013. Vol. 2.
- FONTENELE, F. F. C.; ALVES, F. R. V. A Pesquisa em Didática Profissional no Brasil e o Cenário Atual da Análise do Trabalho do Professor de Matemática. **Paradigma**, 42(1), 2021.
- FLÓRIDE, M. A.; STEINLE, M. C. B. Formação continuada em serviço: uma ação necessária ao professor contemporâneo. **Portal Educacional do Paraná. Secretaria do Estado de Educação do Paraná**, 2008.
- GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo, SP: Atlas, 2002.
- LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. **Fundamentos de Metodologia Científica**. São Paulo, SP: Atlas 2003.
- LEPLAT, J. (2000). **L'analyse psychologique de l'activité en ergonomie**, Toulouse, Octarès Éditions.
- MAYEN, P. **Les situations professionnelles: un point de vue de didactique professionnelle**. Phronesis, v. 1, n. 1, p. 59-67, 2012.
- SANTOS, A. P. R. A.; ALVES, F. R. V. A Engenharia Didática para o ensino de Olimpíadas de Matemática: Situações olímpicas com o amparo do software GeoGebra. Góndola, **Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias**, Bogotá, v. 13, n. 1, p.141-154, 2018.
- SALLES, F. C. A **formação continuada em serviço**. **Revista Iberoamericana de Educación**. Madrid/



Espanha, v. 33, p. 1-8, 2004.

PASTRÉ, P. La conceptualisation dans l'action: bilan et nouvelles perspectives. Arcueil: **Éducation permanente, Apprendre des situations**, p. 13-35, 1999.

PASTRÉ, P. L'analyse du travail en didactique professionnelle. In: **Revue française de pédagogie**. volume 138, p. 9-17, 2002. DOI: <https://doi.org/10.3406/rfp.2002.2859>.

PASTRÉ, P. Les compétences professionnelles et leur développement. **La Revue de la CFDT**, França, p. 3-10, 2004.

PASTRÉ, P.; MAYEN, P.; VERGNAUD, G. La didactique professionnelle. **Revue française de pédagogie**. 154, 145-196, 2006.

SANTOS, M. G. M. dos. **Situações didáticas profissionais na formação continuada do professor de matemática: uma análise sobre o ensino de sistemas de equações lineares**. 2024. Dissertação (Mestrado) - Instituto Federal do Ceará, Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Campus Fortaleza, 2024.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUN, J. **Didáctica das matemáticas**. Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, p. 155-191, 1996.