



## EXPLORANDO SISTEMAS LINEARES 3X3 ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E DO RECURSO TECNOLÓGICO WINPLOT

Rafael Marques dos Santos<sup>1</sup>, Leonardo Thomaz Sauter<sup>2</sup>, Mariele Josiane Fuchs<sup>3</sup>, Lucilaine Goin Abitante<sup>4</sup> e Julhane Thomas Schulz<sup>5</sup>

<sup>1</sup>Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa Rosa, rafinha055@hotmail.com

<sup>2</sup>Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa Rosa, sauterleonardo@gmail.com

<sup>3</sup>Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa Rosa, mariele.fuchs@iffarroupilha.edu.br

<sup>4</sup>Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa Rosa, lucilaine.goin@iffarroupilha.edu.br

<sup>5</sup>Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa Rosa, julhane.schulz@iffarroupilha.edu.br

### RESUMO:

O presente trabalho relata sobre uma prática envolvendo conceitos matemáticos e a utilização do *software* Winplot. Objetivamos nesta prática possibilitar o entendimento de Sistemas Lineares 3x3 a partir da interligação entre uma perspectiva metodológica e recurso tecnológico em uma turma de alunos do 3º ano do Ensino Médio. A atividade foi organizada e desenvolvida em duas etapas, inicialmente em sala de aula na qual iniciamos com base na metodologia de ensino de resolução de problemas e posteriormente no laboratório de informática onde possibilitou a visualização gráfica do sistema 3x3 e análise dialogada entre os alunos com a primeira etapa. Averiguamos que ao proporcionar um ambiente de diálogos e socialização de ideias emergem diferentes formas de resolver os problemas por parte dos alunos. Além disso, cabe destacar que o *software* auxiliou os alunos na visualização e compreensão do referido conceito matemático, possibilitando o entendimento dos alunos.

Palavras-Chave: Prática como Componente Curricular; Resolução de Problemas; *Software* Winplot.

### 1 INTRODUÇÃO

Neste artigo abordamos a metodologia de resolução de problemas visando o conteúdo de sistemas lineares 3x3 de uma maneira diferenciada. Usamos as tecnologias da informação e comunicação (TICs) e a metodologia da resolução de problemas a fim de despertar o interesse dos educandos quanto a disciplina de matemática. O trabalho foi realizado por acadêmicos do curso de Licenciatura em

Matemática em uma Prática como Componente Curricular. A atividade prática foi realizada com alunos dos 3º anos dos cursos Técnicos em Edificações e Móveis integrados ao Ensino Médio, do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia Farroupilha – Câmpus Santa Rosa.

O uso das tecnologias em sala de aula vem sendo uma forma diferenciada e atraente de fazer com que os alunos construam melhor o conhecimento e sanem suas dúvidas, pois a partir de *softwares* matemáticos os mesmos são possibilitados a visualização de diferentes tipos de representação dos conteúdos abordados pelo professor. A tecnologia vem se tornando cada vez mais presente em nosso meio, por isso, é essencial que o docente insira em seu trabalho novas metodologias, tornando sua aula mais atrativa e produtiva. Cabe salientar que uma das dificuldades dos educandos consiste no processo de construções gráficas e, por este motivo, propomos a abordagem de Sistemas Lineares 3x3 através de um problema interdisciplinar envolvendo Matemática e Física, executando a plotagem dos gráficos e consequentes interpretações, mediante o *software* Winplot.

Através deste trabalho buscamos observar se a utilização do *software* instiga o educando a apresentar um melhor desempenho em relação a proposta apresentada e se possibilita, a partir das visualizações proporcionadas, uma melhor compreensão do conteúdo de Sistemas Lineares 3x3. Para tanto, ao final da intervenção, foi solicitado um momento de socializações por parte dos alunos, bem como aplicada uma avaliação para verificar se a utilização do *software* Winplot, bem como a metodologia Resolução de Problemas proporcionaram um aprendizado satisfatório em relação ao conteúdo abordado.

Nessa perspectiva, far-se-á uma explanação teórica sobre o conteúdo matemático envolvido e a metodologia trabalhada, percorrendo na sequência sobre a atividade desenvolvida e as intervenções realizadas. Posteriormente são tecidas análise e reflexões a partir da prática experienciada e considerações acerca do trabalho desenvolvido. Objetivamos nesta prática possibilitar o entendimento de Sistemas Lineares 3x3 a partir da interligação entre uma perspectiva metodológica e recurso tecnológico em uma turma de alunos do 3º ano do Ensino Médio.

## 2 METODOLOGIA

Organizamos o plano de aula conforme a metodologia de ensino de resoluções de problemas. Segundo Diniz “A primeira concepção pode ser simplificada como sendo Resolução de Problema o alvo do ensino a matemática.[...] A segunda concepção enfoca a Resolução de Problemas como o processo de aplicar conhecimentos previamente adquiridos a situações novas”. (pg. 88)

Visando que esta metodologia tem âmbito de fazer com que o educando busque maneiras de resolver uma situação-problema, ele deve utilizar-se de seus conhecimentos já adquiridos para assim encontrar uma solução. As situações-problemas vem sendo apresentadas tradicionalmente, porém esta metodologia trabalha de maneira diferenciada com o problema.

Para iniciar a aula nos apresentamos e explicamos que o trabalho se tratava de uma prática como componente curricular, e que a prática a ser aplicada é

interdisciplinar envolvendo conteúdos de Matemática e Física. Assim, para que a aula fluísse, através da oratória explanamos a atividade a fim de despertar o interesse dos alunos, visando incentivá-los para que estes fossem estimulados e motivados a desenvolvê-la com maior êxito.

Pontuando que a resolução de problemas significa, neste contexto, uma aula desenvolvida a partir de um problema, ou seja, inicialmente apresentamos um problema para a turma, sendo que na sequência é realizada a resolução por parte dos alunos, a qual será socializada ao término do processo por cada grupo. Conforme Onuchic e Allevato (2004, p. 221) “a aprendizagem será consequência do processo de Resolução de Problemas.”.

Então, organizamos os alunos em grupos e em seguida fizemos a apresentação da situação problema que foi explorada. A experiência prática realizada teve a explanação do problema, sendo que, não fora citado os conteúdos necessários para resolver o problema.

Quando o aluno está construindo os conceitos para realizar a atividade, questionamentos vão surgindo no decorrer da resolução do problema. Segundo Polya para a familiarização com o problema, surge perguntas como: Por onde começar? Que posso fazer? Qual a vantagem em assim proceder?. A partir destes questionamentos os educandos vão aperfeiçoar a compreensão; procurar ideias proveitosas e executar o plano. São perguntas e passos que são essenciais para que haja um melhor desenvolvimento da atividade e que fará com que eles tenham sucesso no seu trabalho.

Primeiramente, os alunos não lembravam de conceitos de física. Este fato fez com que interviéssemos para lembrá-los mas de forma indireta, através de questionamentos direcionados, aos conceitos utilizados para a realização da prática. Interagimos, desta forma, pelo fato de que estávamos no papel de professor. Observa-se que a função do professor nesta metodologia de ensino é de incentivador, observador, questionador e avaliador. A seguir BRITO (2006) relata:

“Assim, cabe ao professor a função de mediador entre o ambiente e os sujeitos da aprendizagem, buscando conhecer e integrar as diferentes formas de pensamento, usando essas maneiras diferentes de pensar para mostrar a importância da reflexão sobre os processos mentais. O professor deve propor questões e atividades que motivem o estudante e, para isso, os problemas propostos devem despertar a atenção do aluno, para engajá-lo na tarefa e ser visto como um desafio ao pensamento. Ao final, os estudantes devem ser socializados a justificar oralmente ou por escrito, individualmente ou em grupo, os diferentes procedimentos empregados as ideias utilizadas e as descartadas e o que aprenderam na atividade.” (2006, p. 48)

Após distribuímos o roteiro (em anexo) no qual os alunos tiveram base para desenvolver a atividade. Para que ocorresse um bom desenvolvimento da prática os alunos discutiram entre si, assim utilizaram-se da resolução de problemas elencando as estratégias que surgiram no decorrer da atividade.

De acordo com as etapas realizadas encaminhamos os alunos para o laboratório de informática. As etapas que realizamos até este momento foram: a apresentação do problema; a leitura deste pelos educandos, sendo que, se houvesse algum termo desconhecido e/ou alguma dúvida, estes buscassem esclarecê-la; havendo o entendimento do problema os grupos em um trabalho cooperativo e colaborativo resolveram a atividade; e durante isto o nosso papel como professor foi de incentivador, observador e por certo momento de mediador

questionador.

Após, apresentamos o *software* Winplot. Com estudos em livros de DANTE(2008) e também de DINIZ e SMOLE(2010) percebemos que este *software* é sugerido para o ensino de Sistemas Lineares 3x3. O estudo de sistemas com esta tecnologia possibilita a visualização de gráficos com três dimensões formada por planos, assim possibilitando serem analisados pelos educandos.

Neste programa matemático, Winplot, pudemos visualizar as seguintes possibilidades de planos, sendo classificados: três planos que se interceptam em um único ponto definindo assim um Sistema Possível e Determinado (SPD), três planos que se interceptam em uma reta coincidente definindo um Sistema Possível e Indeterminado (SPI), três planos paralelos ou três dois planos paralelos interceptados por outro plano ou três planos que se encontram unidos dois a dois sem ter ponto em comum entre os três assim sendo estes últimos casos Sistema Impossível (SI).

Depois de explicar o funcionamento básico do *software*, encaminhamos a segunda parte do roteiro que contém as orientações para que desenvolvessem a atividade a fim de plotarem os gráficos e analisarem o que se obteve. A partir da plotagem socializamos as observações e discutimos as ideias dos educandos com o intuito de analisar qual foram os comportamentos dos gráficos em análise. Solucionamos o problema com os alunos e explanamos o gráfico e a sua interpretação.

Discutimos com os alunos como uma questão de física está relacionada com a matemática e quais foram os conhecimentos físicos e matemáticos necessários para solucionar o problema. Questionamos sobre a representação gráfica resultada do procedimento matemático e o que está significando para a questão da física. Neste diálogo falamos sobre sistema possível determinado, sistema possível indeterminado e sistema impossível.

Este método potencializa a reflexão por parte dos alunos sobre a questão, fazendo com que atribuam significado aos conceitos matemáticos promovendo a autonomia do educando a medida que busca por si só todo o processo de resolver problemas.

Para averiguar sobre o entendimento dos alunos acerca dos conceitos trabalhados, mediante a atividade proposta e verificar se os objetivos foram alcançados, fizemos um parecer oral e uma análise dos registros presentes nos roteiros entregue pelos alunos. Também utilizamos uma autoavaliação realizada pelos alunos ao final da atividade, com o objetivo de evidenciar os pontos positivos e negativos que estes destacaram da experiência durante a prática.

### 3 RESULTADOS E ANÁLISE

Após a aplicação da atividade proposta para a aula, analisamos como ocorreu o processo de ensino e aprendizagem, constatando assim as potencialidades e suas dificuldades que aconteceram durante a aula. A organização para a experiência didática foi muito bem sucedida. No início da aula buscamos desenvolver o interesse dos alunos, primeiramente, quando receberam o roteiro para resolverem o problema surgiram os questionamentos.

Baseados na metodologia de resolução de problemas não respondemos diretamente as questões, tínhamos a posição de (re)questionar com perguntas aonde as respostas esclarecessem o pensamento dos educandos. Ainda no início

da atividade averiguamos que os maiores problemas para realização da questão proposta foi lembrar os conteúdos de física que seriam utilizados para realização do problema.

Na posição de futuros professores tivemos o posicionamento de auxiliar os alunos a relembrem de alguns conceitos de física necessários para realização da aula, assim adaptando a atividade. Esta foi a dificuldade inicial que encontramos, então buscando sanar esta dificuldade temos que ter a certeza, antes da aplicação do plano de aula, de quais conteúdos e conceitos os educandos possuem o conhecimento e sabem aplicar.

No restante da atividade, não encontramos dificuldade na realização. A utilização do roteiro facilitou a aplicação do método de resoluções de problemas por deixar claro para os alunos como a aula estava organizada.

Analisando os resultados obtidos em relação ao ensino aprendizagem desenvolvido com os alunos apresentamos alguns recortes que avaliamos a efetividade do plano executado.

b) Expresse a partir de uma equação a força exercida em cada corpo  
utilizando linguagem Matemática:

$$\begin{array}{l} T_1 = 18 \\ T_2 = Y \\ G = Z \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} 6Z = 18 - 60 \\ 8Z = Y - 18 \\ 10Z = 100 - 18 \end{array} \right. \quad \text{1.A}$$
$$\left\{ \begin{array}{l} 18 - 6Z = 60 \\ 18 - Y + 8Z = 0 \\ 8 + 10Z = 100 \end{array} \right.$$

Figura 1 – Recorte do roteiro parte I  
Fonte: Autores

c) Qual é a tensão da corda da direita quando os blocos são liberados?

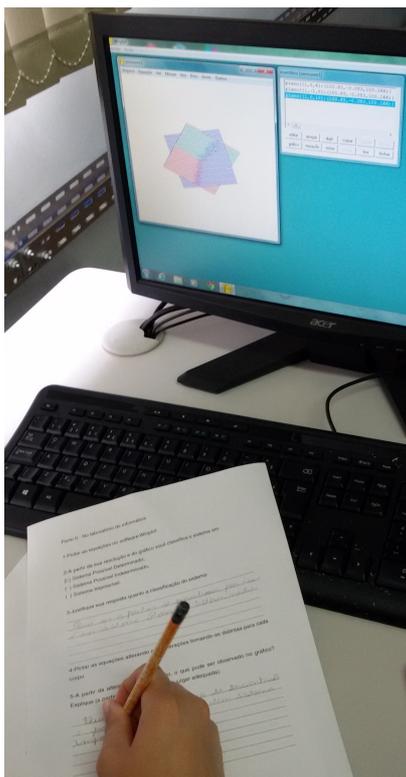
$$\begin{aligned}
 &18 - 6z = 60 \\
 &18 - y + 8z = 0 \\
 &18 + 10z = 100 \\
 &18 + 10z = 100 \\
 &100,83 + 10z = 100 \\
 &10z = 100 - 100,83 \\
 &10z = -0,83 \\
 &z = -0,083 \\
 &18 - 6z = 60 \\
 &18 - 6\left(\frac{100 - 18}{10}\right) = 60 \\
 &18 = \frac{600 + 618}{10} = 60 \\
 &10 - 6 \cdot 0,083 + 60 = 60 \\
 &60 = 60 + 5,998 \\
 &6z = 6,050 \\
 &z = 100,83 \\
 &100,83 - 18 - 0,664 = 0 \\
 &-y = +0,664 - 100,83 \\
 &y = 100,166
 \end{aligned}$$

Figura 2 – Recorte do roteiro parte I

Fonte: Autores

Conforme a Figura 1, constatamos que os sujeitos da prática chegaram em um sistema linear 3x3 a partir do problema físico proposto e, além disto, reconhecem e sabem que linguagem matemática, referente as incógnitas, geralmente se utiliza para a representação de um sistema. Em sequência, na Figura 2, verificamos a forma de resolução do sistema apresentado pelo aluno. Vale ressaltar que não estipulamos método de resolução de sistemas lineares 3x3 sendo que foi este caminho que o sujeito optou para resolver o problema.

Em seguida, no laboratório de informática, realizamos a segunda parte do roteiro no qual estes montaram no *software* Winplot a representação gráfica do sistema encontrado por eles.



1-Plotar as equações no *software* Winplot:

2-A partir da sua resolução e do gráfico você classifica o sistema em:

- Sistema Possível Determinado;  
 Sistema Possível Indeterminado;  
 Sistema Impossível.

3-Justifique sua resposta quanto a classificação do sistema:

Que os 3 pontos se encontram por isso é um sistema Possível Determinado.

4-Plotar as equações alterando as acelerações tornando-as distintas para cada corpo.

5-A partir da alteração da aceleração, o que pode ser observado no gráfico? Explique (a partir da representação que julgar adequada):

Que os 3 planos não se encontram e por isso ele ficou um sistema Impossível.

Figura 3 – Roteiro parte II e utilização do *software* matemático.

Fonte: Autores

Com base na interpretação das representações gráficas plotadas os educandos observaram e classificaram o sistema linear. Sem nenhuma explicação de nós professores, eles conseguiram identificar a característica dos tipos de sistemas. Como demonstra a Figura 3, um sistema possível e determinado é conforme o aluno “que os 3 pontos se encontram por isso é um sistema possível e determinado”. Apesar de escrito pontos em vez de planos, identificamos durante a aula que a referida frase era em relação ao único ponto em comum com os três planos.

Apresentamos também a autoavaliação de um sujeito do processo de ensino-aprendizagem. Segundo a Figura 4, identificamos que foi esclarecedor a esta aula, que chegamos ao nosso objetivo, pois como o aluno disse ele tinha muitas dúvidas e conseguiu entender. Verificamos também que o *software* auxiliou neste entendimento conforme o relato “facilitou com a demonstração em *software* tornou possível o entendimento de sistemas”.

1- Esta aula, com as atividades realizadas, contribuiu para a classificação de sistemas?

Sim. Anteriormente eu tinha muita dúvida em sistemas com 3 incógnitas, mas agora, consegui entender.

2- Em seu ponto de vista como esta aula facilitou o entendimento sobre o conteúdo de sistemas lineares? Porquê?

Facilitou, com a demonstração em software  
de como se resolve o entendimento dos  
sistemas

Figura 4 – Auto avaliação da aula feita pelos alunos

Fonte: Autores

## 4 CONCLUSÕES

Como acadêmicos do curso Licenciatura em Matemática, toda a prática de ensino realizada efetivamente com alunos de escolas vem para acrescentar a nossa formação como futuros professores. Esta sequência didática executada com alunos 3º anos dos cursos Técnicos em Edificações e Móveis integrados ao Ensino Médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa Rosa possibilitou uma primeira visão de como é ser professor e atuar como professor.

Os alunos que realizaram a atividade realmente perceberam a aula diferenciada. Vale destacar que de maneira diferente eles conseguiram realizar a atividade e utilizaram dos conhecimentos que já tinham e que foram desenvolvendo durante o andamento da prática. O processo de ensino-aprendizagem por meio de resolução de problemas e a utilização do software Winplot possibilitou a eles uma melhor percepção e entendimento das visões gráficas e análises de sistemas lineares  $3 \times 3$ .

A experiência mostrou pontos positivos e negativos, por mais que estruturamos o plano de aula para que ocorresse de forma funcional e não houvesse eventualidades, constatamos que a execução não é expressamente igual ao planejado. Em sala de aula, inicialmente tivemos o obstáculo dos alunos não lembrarem do conteúdo de física que a aula interdisciplinar planejada exigia se utilizou. Entretanto, para superar este obstáculo, nos colocamos em posição de esclarecer e relembrar os tópicos utilizados para a realização da prática.

Analisando este momento inicial de dificuldade averiguamos que como professores devemos ser flexíveis de tal forma a se adaptar aos imprevistos encontrados. De suma importância, presenciamos que a relação entre professor e alunos precisa ser próxima, ou seja, deve haver diálogos, debates de ideias, questionamentos pelo fato de que quando isto ocorreu houve a melhor compreensão e execução do plano de aula.

Desta forma, a atividade prática durante a formação inicial de professores tem grande valia. Este é o momento em que realmente atuamos em nossa profissão, aprendemos a analisar as aulas executadas e melhorá-las para sua realização futura. É quando somos e atuamos como professores/pesquisadores.

**5 REFERÊNCIAS**

BRITO, Márcia Regina Ferreira de. **Alguns Aspectos Teóricos e Conceituais da Solução de Problemas Matemáticos**. In: BRITO, Márcia Regina Ferreira de (Org). **Solução de Problemas e a Matemática Escolar**. São Paulo: Alínea, 2006.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática contexto & aplicações 2 Ensino Médio**. 3ª ed. São Paulo: Ática, 2008.

DINIZ, Maria Ignez; SMOLE, Kátia Stocco. **Matemática: ensino médio, volume 2**. 7ª ed. São Paulo: Saraiva, 2010.

DINIZ, Maria Ignez. **Resolução de problemas e comunicação**. In: DINIZ, Maria Ignez; SMOLE, Kátia Stocco (Org). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. **Novas Reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas**. In: BICUDO, Maria Aparecida e BORBA, Marcelo de Carvalho (Org.). **Educação matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004.